INSTITUTO DE ENSINO SUPERIOR DO ESPÍRITO SANTO
FACULDADE DO ESPÍRITO SANTO – MULTIVIX CACHOEIRO DE ITAPEMIRIM
CURSO DE SISTEMAS DE INFORMAÇÃO

ANA PAULA ALTOÉ
JANAINA VIALI DE ANDRADE

OTIMIZAÇÃO DO PROBLEMA DE CORTE BIDIMENSIONAL NO SETOR DE ROCHAS ORNAMENTAIS - Ana Paula Altoé;Janaina Viali De Andrade - 2014

CACHOEIRO DE ITAPEMIRIM

2014

ANA PAULA ALTOÉ
JANAINA VIALI DE ANDRADE

OTIMIZAÇÃO DO PROBLEMA DE CORTE BIDIMENSIONAL NO SETOR DE ROCHAS ORNAMENTAIS

Trabalho de conclusão de Curso apresentado ao Curso de Sistemas de Informação na Faculdade do Espírito Santo – Multivix Cachoeiro de Itapemirim como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Sistemas de Informação.

Orientador: Profº. Me. Thiago Calliman
Co-Orientador: Profº. Me. Alexandre Romanelli

CACHOEIRO DE ITAPEMIRIM

2014
ANA PAULA ALTOÉ
JANAÍNA VIALI DE ANDRADE

OTIMIZAÇÃO DO PROBLEMA DE CORTE BIDIMENSIONAL NO SETOR DE ROCHAS ORNAMENTAIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Sistemas de Informação na Faculdade do Espírito Santo - Multivix Cachoeiro de Itapemirim, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Sistemas de Informação.

Aprovado em 04 de dezembro de 2014.

COMISSÃO EXAMINADORA

____
Profº.Me. Thiago Caliman
Orientador

____
Profº. Me. Jocimar Fernandes
Convidado:

____
Profº.Esp. Bernardo Paldes
Convidado:

À Deus e minha família.

Ana Paula Altoé

À Deus, à minha família.

Janaína Viali de Andrade

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me iluminar, dar força e coragem durante esta longa caminhada.

A meus pais, meu irmão e toda minha família por me incentivar apoiar e suportar minha ausência ao longo deste período.

A todos os professores que me acompanharam durante a graduação, em especial Prof. Thiago Caliman, nosso orientador e Prof. Alexandre Romanelli, nosso co-orientador por nos apoiar, ajudar com seus ensinamentos, disponibilizar tempo e pela paciência ao longo deste projeto.

A minha amiga e colega de projeto, Janaina Viali de Andrade, pela amizade, paciência e companheirismo ao longo desses anos.

Ana Paula Altoé

Agradeço primeiramente a Deus, por ser essencial em minha vida, autor de meu destino, meu guia e socorro nas horas de angústia.

Agradeço a todos os que estiveram presentes em minha trajetória acadêmica. A meus pais, amigos e namorado por entenderem os momentos de ausência em virtude da pesquisa e confecção deste trabalho, pelo apoio, força e principalmente pelo incentivo para que eu superasse as dificuldades nessa trajetória acadêmica.

Agradeço a minha parceira de trabalho Ana Paula Altoé por ter sido compreensiva e amiga durante todo o período de confecção deste trabalho e ao Professor e orientador Thaigo Caliman e ao Professor e Co-Orientador Alexndre Romanelli, pelo apoio, ajuda e socorro em todos os momentos.

Janaína Viali de Andrade

“O futuro pertence àqueles que acreditam na beleza de seus sonhos”

Elleanor Roosevelt

ALTOÉ, Ana Paula; ANDRADE, Janaina Viali de. **Otimização do problema de corte bidimensional no setor de rochas ornamentais.** 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Sistemas de Informação) – Faculdade do Espírito Santo - Multivix Cachoeiro de Itapemirim, Cachoeiro de Itapemirim, 2014.

RESUMO

O problema de corte bidimensional é um importante problema de otimização combinatória, e tem forte representatividade em diversos setores da indústria. Por este motivo, vem sendo fortemente estudado na literatura. Tipicamente, tal problema tem como principal objetivo a minimização de sobras (perdas de um objeto) e consequentemente o custo do material, buscando encontrar o melhor arranjo de itens a serem cortados a partir de um objeto. Tal problema se faz presente no cotidiano das empresas de beneficiamento de rochas ornamentais. Estas, vendem peças sob encomenda, que são produzidas a partir do corte de chapas de mármore e granito em itens menores. A não otimização do processo de corte produz sobras que não são aproveitadas e influenciam no preço final do produto. Portanto, há grande interesse para este setor em elaborar padrões de corte de chapa de pedra, que resultem na otimização das atividades e na redução do desperdício da mesma. Neste trabalho é proposto um modelo matemática para resolução de problema de menor complexidade com o intuito de demonstrar a aplicação da pesquisa operacional na resolução dos mesmos.

Palavras-Chave: Problema de Corte Bidimensional. Otimização Combinatória. Pesquisa Operacional.

ALTOÉ, Ana Paula; ANDRADE, Janaina Viali de. **Otimização do problema de corte bidimensional no setor de rochas ornamentais.** 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Sistemas de Informação) – Faculdade do Espírito Santo - Multivix Cachoeiro de Itapemirim, Cachoeiro de Itapemirim, 2014.

ABSTRACT

The problem of two-dimensional cutting is an important combinatorial optimization problem, and it has strong representation in various sectors of industry, for this reason it has been heavily studied in the literature. Typically, this problem aims to minimize leftovers (loss of an object) and hence the cost of the material, trying to find the best arrangement of items to be cut from an object. This problem is present in the daily life of the beneficiation of ornamental companies. These companies sell custom parts, which are produced from sheet metal cutting marble and granite into smaller items, such as sills and baseboards. Failure optimization of the cutting process produces leftovers that are not exploited, and influence the final price of the product. Therefore there is great interest in developing this sector in cutting patterns of the stone plate, resulting in optimization of activities and reducing wastage. In this paper we propose a mathematical model for solving the problem of low complexity in order to demonstrate the application of operations research in solving them.

Key words: Problem Of Two-Dimensional Cutting. Combinatorial Optimization. Operational Research.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABIROCHAS - Associação Brasileira da Indústria de Rochas Ornamentais.

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas

AG - Algoritmo Genético

APL - Arranjos Produtivos Locais.

BL – *Bottom-Left*

DP - *Difference Process*

FF - *First Fit*

FFD – *First Fit Decresing*

GRASP - *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*

Km - Quilômetro

Mt - Milhões de Toneladas

NF - *Next-Fit*

NFD - *Next Fit Decreasing*

PIB - Produto Interno Bruto

PO - Pesquisa Operacional

PL - Programação Linear

PPL - Problemas de Programação Linear

SINDIROCHAS - Sindicato da Indústria de Rochas Ornamentais, Cal e Calcários do Espírito Santo.

SOBRAPO - Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Dentre os setores que impulsionam a economia do país, de acordo com a Associação da Indústria de Rochas Ornamentais - ABIROCHAS (2013), pela estreita conexão com o macrossetor da construção civil, que no Brasil responde por quase 20% do PIB, as rochas ornamentais evidenciam significativa expressão social e econômica, inclusive como motivador de geração de emprego e captação de divisas.

Contribuindo significativamente para um crescimento de 30% do setor em 2013, o estado do Espírito Santo destaca-se como referência para atividades de beneficiamento de mármore e granito, tais como extração e processamento (REVISTA ROCHAS DE QUALIDADE, 2013). Segundo dados da Secretaria de Estado de Desenvolvimento do Espírito Santo (s.d) o setor de rochas ornamentais é um dos mais expressivos da economia capixaba, contribuindo para o saldo da balança comercial nacional com 80% das exportações brasileiras no seguimento.

Os principais campos de aplicação de rochas ornamentais abrangem tanto peças isoladas, como esculturas, tampos e pés de mesa, quanto edificações, destacando-se, neste caso, os revestimentos internos e externos de paredes, rodapés, pisos, colunas, pilares, soleiras, telhados, dentre outros. Uma das principais tarefas relacionadas a estes trabalhos é a que visa reduzir o desperdício de material em operações de corte para produção desses itens.

Segundo Massaru (2001) as tradicionais metas para o problema de corte, consistem em minimizar as perdas ou o valor do custo, tornando-se necessário planejar os padrões de corte visando amenizar os efeitos negativos, como o desperdício que onera os custos da produção.

O corte de chapa de pedra, é um exemplo onde aparecem padrões compartimentados bidimensionais, onde há um objeto, que será cortado em peças menores de acordo com o comprimento e a largura informada, atendendo a uma demanda especificada pelo cliente. Para resolver problemas como este, de modo a evitar desperdícios, é sugerido o uso de modelagem matemática (ARENALES et al, 2007).

Tendo em vista a possibilidade de utilização de modelos de programação linear para resolver os problemas em questão, tem-se por objetivo realizar um estudo sobre os modelos de programação linear que podem ser aplicados a resolução do problema, bem como os resultados obtidos com a aplicação dos modelos estudados.

1.1 Objetivos do Trabalho

1.1.1 Objetivo geral

Considerando problemas reais e de aplicação prática e baseando-se nos estudos realizados, almeja-se apresentar uma proposta de resolução do problema de corte bidimensional no setor de rochas ornamentais, que demonstre a aplicabilidade da Pesquisa Operacional neste tipo de problema de forma a reduzir o desperdício de pequenos itens gerados a partir do corte da chapa.

1.1.2 Objetivos específicos

- Demonstrar a importância do setor de rochas ornamentais para a economia e por este motivo, identificar métodos que auxiliem na redução do desperdício proveniente do processo de corte.
- Analisar a aplicação de modelos de programação linear ao problema de corte bidimensional.
- Propor um modelo matemático para comprovar a aplicação da Pesquisa Operacional na resolução deste problema.

1.2 Justificativa

Recebendo destaque mundial e, sobretudo no ocidente como líder do setor de rochas, o Brasil também possui um futuro promissor no que diz respeito ao crescimento e expansão do setor, tanto nacionalmente quanto internacionalmente, de acordo com a Revista Rochas De Qualidade (2013). Porém, as empresas responsáveis pela expansão do setor ainda sofrem com o desperdício de materiais.

É importante destacar que muitas empresas perdem quantidades significativas de capital no que diz respeito a descarte de materiais que poderiam ser reaproveitados, diminuindo assim o lucro que poderia ser obtido. Diante deste fato se faz necessário programar processos de corte, fomentando o aumento de capital da empresa e sua consequente expansão.

1.3 Metodologia

A metodologia do presente trabalho consiste na pesquisa bibliográfica referente ao tema proposto, acompanhada de pesquisa de campo através de um estudo de caso.

Na pesquisa bibliográfica foram consultadas diversas literaturas relativas ao assunto em estudo, permitindo que este trabalho tomasse forma para ser fundamentado.

Marconi e Lakatos (1992) definem pesquisa bibliográfica como sendo o levantamento de toda bibliografia já publicada (livros, publicações, revistas, entre outros). Seu objetivo é fazer com que o pesquisador entre em contato direto com o material escrito, a fim de auxiliá-lo na análise de suas pesquisas e ou na manipulação das informações.

A pesquisa de campo foi realizada através da visita a duas empresas do setor de rochas ornamentais no município de Vargem Alta. Estas visitas tiveram como objetivo entender e analisar o problema de desperdício enfrentado por elas.

Segundo Marconi e Lakatos (1992) por meio da pesquisa de campo é possível conseguir as informações e o conhecimento acerca do problema que se procura uma resposta, através da observação dos fatos ou fenômenos como ocorrem espontaneamente.

O estudo de caso foi elaborado através de um método de observação com caráter descritivo, onde os fatos foram analisados e apresentados a fim de se obter provas que comprovem o desperdício de materiais resultantes do processo de corte.

1.4 Organização do Trabalho

O presente trabalho foi organizado em sete capítulos. Este primeiro capítulo faz uma breve introdução sobre o setor de rochas ornamentais, apresenta o problema a ser estudado, assim como, os objetivos, justificativas e a metodologia do trabalho.

O Capitulo 2 introduz o setor de rochas ornamentais, bem como o cenário mundial e brasileiro de produção, destacando o setor no estado do Espírito Santo e em especial no município de Cachoeiro de Itapemirim, visando desta forma ressaltar sua importância para a economia.

No capítulo 3 é apresentada a área de Pesquisa Operacional, sua história, áreas de aplicação e definição. É feita uma breve explicação sobre a modelagem matemática utilizada para solucionar os problemas de PO e explica a Programação Linear, técnica utilizada neste trabalho para desenvolver o modelo matemático proposto.

No capitulo 4 é feita uma revisão sobres os Problemas de Corte Bidimensional, são feitas considerações sobre o mesmo e sobre os problemas de corte unidimensional, apresentando suas diferenças. São apresentadas também as generalidades do problema de corte bidimensional.

No capitulo 5 é feita uma breve introdução sobre os problemas de otimização combinatória, assim como os métodos mais utilizados para resolvê-los. São estudados os métodos exatos *Branch and Bound* e a modelagem matemática proposta por Temponi (2007), as heurísticas e metaheurísticas.

No capitulo 6 é apresentado o estudo de caso, composto pela analise descritiva, a proposta e resolução de um modelo matemático.

O capitulo 7 finaliza o trabalho com as conclusões a respeito da pesquisa realizada, bem como algumas sugestões para trabalhos futuros.

2 O SETOR DE ROCHAS ORNAMENTAIS

As Rochas ornamentais são materiais geológicos naturais que podem ser extraídos em blocos ou placas, cortados em formas variadas e beneficiados por meio de processos de serragem, polimento, lustro e outros acabamentos (ABIROCHAS, 06/2013).

De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT (*apud* ALENCAR, 2013) rochas ornamentais são substâncias rochosas naturais, que submentidos a diferentes graus ou tipos de beneficiamento, são utilizados para exercer alguma função estética.

Segundo Freitas (2008) do ponto de vista comercial, as rochas ornamentais subdividem-se em granitos e mármores. Os granitos englobam as rochas silicáticas, enquanto os mármores compreendem as rochas carbonáticas, tanto de origem sedimentar como metamórfica, passiveis de polimento. Outros tipos de rochas ornamentais como ardósias, quartzitos, travertinos e arenitos, também são importantes setorialmente.

Registros históricos mostram que o mármore e granito começaram a ser explorados e utilizados por volta do ano de 2.560 a.C. A civilização Egípcia foi a primeira a começar a extrair e utilizar a pedra natural na construção de túmulos faraônicos e monumentos.

Após os Egípcios, gregos e romanos também passaram a utilizar o mármore e granito em suas construções. Os gregos desenvolveram grandes obras como o Templo de Zeus, Parthenon e o Templo de Ártemis. Os romanos por sua vez, tinham grande apreço utilizando estes materiais em banhos públicos (REVISTA ROCHAS DE QUALIDADE, 2013).

De acordo com Alencar (2013), o consumo de mármore teve um aumento significativo no século XIX, entretanto tal acréscimo não resultou na utilização qualitativa do material. O aumento em sua utilização esteve relacionado principalmente com a intensa utilização na construção de habitações suburbanas.

A mecanização na extração e beneficiamento do mármore se deu no final do século XIX e começo do século XX, com a utilização do fio helicoidal na extração e, em seguida do tear, para desdobrar o bloco em chapas. Os avanços na indústria de construção de máquinas, metalurgia e siderurgia permitiram substituir a madeira por ferro e aço na estrutura dos teares, este avanço proporcionou maior durabilidade, robustez e precisão no corte. (Figura 1).

Figura 1: Chapa – Granito Juparana

Fonte: Pesquisa do autor

Com o passar dos anos o processo de corte se tornou especifico para cada tipo de rocha, dividindo-se principalmente entre as rochas de natureza silicática, como os granitos e as rochas de origem carbonáticas, como os mármores.

Os avanços tecnológicos permitiram a evolução dos processos de corte e beneficiamento de rocha. A tecnologia mais difundida no mercado é o corte com teares. Outras tecnologias têm surgido para facilitar este processo, e em sua maioria fazem uso de ferramentas diamantadas (ALENCAR, 2013).

2.1 O Cenário Mundial e Brasileiro da Produção de Rochas Ornamentais

As décadas de 1980 e 1990 se caracterizaram como “a nova idade da pedra” devido ao notável crescimento do intercâmbio de rochas ornamentais e de revestimento. A década de 2000 foi extraordinária para o setor, marcada pela multiplicação de feiras, modernização das tecnologias utilizadas na produção, diversificação dos produtos comercializados e o aquecimento da construção civil em boa parte dos grandes blocos econômicos mundiais (ABIROCHAS, 07/2013).

De acordo com dados da ABIROCHAS (18/2013), o setor de rochas atualmente movimenta transações comerciais de US$ 120 bilhões por ano. Na década de 1920 a produção mundial de rochas ornamentais e de revestimento era de 1,8 Mt/ano, passando para 123,5 Mt/ano em 2012. (Quadro 1).

Quadro 1: Evolução do Consumo Interno de Rochas Ornamentais no Brasil entre 2008-2012

EVOLUÇÃO DO CONSUMO INTERNO DE ROCHAS ORNAMENTAIS NO BRASIL – 2008-2012 (valores em 1.000 t)					
Parâmetros	2008	2009	2010	2011	2012
Produção de Rochas Brutas	7.800	7.600	8.900	9.000	9.300
Importação de Rochas Brutas	21,2	15,53	23,0	25,3	26,8
Disponibilidade de Rochas Brutas	7.821,2	7.615,53	8.923,0	9.025,3	9.326,8
Exportação de Rochas Brutas	912,55	809,6	1.196,9	1.197,6	1.157,4
Rochas Brutas para Processamento	6.908,65	6.805,93	7.703,1	7.827,7	8.169,4
Rejeito de Processamento (41%)	2.832,55	2.790,43	3.158,0	3.209,4	3.349,5
Produção de Rochas Processadas	4.076,1	4.015,5	4.544,8	4.618,3	4.819,9
Importação de Rochas Processadas*	70,04	51,08	67,9	111,2	133,0
Disponibilidade de Rochas Processadas	4.146,14	4.066,58	4.612,7	4.729,5	4.952,9
Exportação de Rochas Processadas	1.077,22	863,03	1.042,8	991,3	1.070,0
Consumo Interno	3.068,92	3.203,55	3.569,9	3.738,2	3.882,9
Consumo em m^2 equivalente x 1.000.000**	56,83	59,33	66,11	69,23	71,89
Consumo per capita (m^2 x 2 cm espessura)	0,31	0,31	0,35	0,36	0,39
Consumo per capita (kg)***	16,58	16,86	18,69	19,44	21,06
(*) inclui chapas aglomeradas, em 2011 e 2012; (**) 54 kg/m^2; (***) 195 milhões habitantes em 2012.					

Fonte: Informe ABIROCHAS (07/2013).

Os principais produtores mundiais de rocha em 2012 foram: China com 38,0 Mt; Índia com 17,5 Mt e Turquia e Brasil com produção entorno de 9,0-11,0 Mt. A China é a principal responsável pela expansão do setor sendo a maior exportadora de rochas processadas atualmente (ABIROCHAS, 18/2013).

Entre os principais responsáveis por este crescimento do setor, encontra-se o Brasil, o país a partir da década de 1980 inseriu centenas de novos granitos no mercado internacional. De acordo com *Vitória Stone Fair* (2014) a maior diversidade de rochas ornamentais no mundo é encontrada no país. No *ranking* mundial encontra-se no terceiro lugar em exportação de blocos e quinto em exportação do produto acabado, sendo o principal fornecedor e produtor de rochas no continente americano.

Para Castro et al (2012), o rápido crescimento do setor de rochas no Brasil deu-se em 2008 com a crise imobiliária nos Estados Unidos e instalação da crise econômica mundial. As exportações foram atingidas, pois o mercado norte-americano era o principal destino dos produtos beneficiados no país, a queda nas exportações foi compensada pelo incremento da demanda no mercado interno durante este período.

A crise teve impactos diretos sobre o setor, havendo diminuição na geração de emprego e renda e baixa movimentação no comércio local. Atualmente, o cenário encontrado é outro, o ritmo de produção e a movimentação das economias recuperaram-se totalmente, o que se observa no setor é uma forte tendência das empresas em investirem em tecnologia e também no desenvolvimento sustentável de suas atividades (CASTRO et al,2012).

Atualmente a produção de rochas representa 8% do PIB brasileiro. Segundo dados da ABIROCHAS (01/2014), no ano de 2013 o Brasil exportou US$ 1.302,11 milhões em rochas ornamentais, o que corresponde a um volume físico de 2.725.628,78 toneladas. Desse total as rochas processadas representam 76,9% do faturamento arrecado e 47% do volume físico. As importações desses materiais para revestimento e ornamentação somaram US$ 69,6 milhões, representando um volume físico de 109.210 toneladas neste mesmo ano.

Projeções de produção futura, consumo e intercâmbio mundial, indicam o crescimento da demanda por materiais rochosos de ornamentação e revestimento. Estima-se que a produção de rochas ornamentais e de revestimento em 2020 ultrapassará 180 milhões de toneladas (ABIROCHAS 07/2013).

2.2 O Segmento de Rochas Ornamentais no Espírito Santo

O Espírito Santo é um dos principais responsáveis pela produção de rochas no país, tornando-se referência nas atividades de extração e beneficiamento de mármore e granito. Do total de exportações de rochas no país, o estado é responsável por 78% e constitui 80% do mercado nacional (VITÓRIA STONE FAIR, 2014). A indústria é uma das mais representativas e importantes para a economia local, tendo em sua atividade reflexos sobre a indústria mecânica e o comércio exterior (CASTRO et al, 2012).

A história da mineração no Espírito Santo começou por volta do ano de 1874, no município de Cachoeiro de Itapemirim com a chegada dos colonos europeus na localidade que deram inicio a mineração de calcário. Foi apenas no século seguinte neste mesmo município, que se começou a explorar o mármore e granito (REDEROCHAS, 2007).

Segundo Castro et al (2012) as atividades do setor no estado são divididas em:

- Lavra: extração de blocos nas pedreiras;
- Beneficiamento primário: desdobramento dos blocos em chapas;
- Beneficiamento secundário: polimento das chapas e elaboração de produtos finais, como soleiras, rodapés, esculturas, artes funerárias, pisos, dentre outros.

Embora inicialmente concentrada na região de Cachoeiro de Itapemirim, a produção de rochas atualmente encontra-se, difundida por todo o estado e apresenta características especificas em cada região.

O setor é composto por dois núcleos principais. O primeiro é localizado na região sul do estado, em torno do Município de Cachoeiro de Itapemirim e possui grande concentração de empresas de beneficiamento. O segundo núcleo localiza-se na região norte, em torno do Município de Nova Venécia, concentrando a atividade de extração de rochas, principal responsável pelo fornecimento da matéria prima que é processada na APL de Cachoeiro de Itapemirim (REDEROCHAS, 2007).

O bom desempenho do setor de rochas ornamentais é resultado da combinação de diversos fatores, dentre eles pode-se destacar (SPÍNOLA, 2002):

- Componentes Históricos Culturais;
- Reservas Naturais;
- Localização;
- Boa malha ferroviária e rodoviária;
- Manutenção do Complexo portuário;
- Presença de empresas organizadas e instituições consolidadas;
- Mão de obra capacitada;
- Difusão de tecnologia aplicada ao setor.

Atualmente o estado é sede de dois grandes eventos nacionais, a Cachoeiro Stone Fair e Vitória Stone Fair, sendo este último a maior feira de mármore e granito da América Latina e a segunda feira de maior importância no mundo (REDEROCHAS, 2007).

2.3 O Mármore e Granito em Cachoeiro de Itapemirim

Localizado na região sul do Espírito Santo, Cachoeiro de Itapemirim, destaca-se por seu importante parque industrial de beneficiamento de rochas ornamentais. Segundo Qualhano (2005) a cidade é referência no país sendo o principal centro de extração e beneficiamento de rochas, fabricação de máquinas e equipamentos, além de possuir uma das mais importantes feiras do setor no mundo.

De acordo com os dados do SINDIROCHAS (2014), a extração de blocos de mármore começou em sete de abril de 1957, na localidade de Prosperidade, Distrito de Vargem Alta (emancipado do Município de Cachoeiro de Itapemirim em 1989). A exploração se deu inicio na propriedade do Senhor Horácio Scaramussa, quando seu sobrinho Ogi Dias de Oliveira, coletou algumas amostras de rochas e levou para a cidade do Rio de Janeiro, onde foram realizadas analises encontrando mercado para o mineral junto às marmorarias daquele estado.

A retirada das rochas era feita de forma rústica e transportado por aproximadamente 25 Km de estrada de terra até a Estação Ferroviária Leopoldina, onde seguia para as cidades do Rio de Janeiro e São Paulo para serem serradas (QUALLHANO, 2005).

Em 1965 teve inicio a consolidação da indústria de beneficiamento de rochas ornamentais no estado. De acordo com Costa (1991) citado por Qualhano (2005), foi instalada no município de Cachoeiro de Itapemirim a primeira indústria de beneficiamento, com dois teares fabricados em São Paulo. Este fato impulsionou o surgimento de diversas indústrias de rochas na região, estas atuavam tanto na exploração dos blocos, como no beneficiamento em chapas nas indústrias.

Segundo Castro et al (2012) quase todo processo de beneficiamento de rochas no Espírito Santo ocorre em Cachoeiro de Itapemirim, a crescente demanda internacional por granitos brasileiros acarretou a consolidação e expansão da indústria na região sul do estado. Com a expansão do setor surgiu também à necessidade de empresas fornecedoras de equipamentos, insumos e prestação de serviços para o parque industrial, abrindo novos mercados e gerando empregos na região.

Reconhecida como uma das mais importantes feiras do setor no país, o município de Cachoeiro é sede da *Cachoeiro Stone Fair* – Feira Internacional do Mármore e Granito, tendo inicio em 1989 com 32 expositores, a feira reúne empresas do Espírito Santo e de diversos estados brasileiros atraindo visitantes de diversos países (CACHOEIRO STONE FAIR, 2013). A feira não só apresenta as novidades do setor, como também movimenta a economia local e os negócios em torno do setor de rochas ornamentais.

De acordo com Dias (2013) o setor de rochas ornamentais atualmente é responsável por 60% do PIB do município e influencia diretamente nos setores de serviços e comércio.

3 PESQUISA OPERACIONAL

Pesquisa Operacional é um nome de origem militar, seu surgimento é atribuído às iniciativas militares durante a Segunda Guerra Mundial para resolver problemas de natureza logística, tática e de estratégia militar de grande complexidade e dimensão.

A credibilidade e o sucesso ganhos durante a guerra foram tão grandes que, terminado o conflito, esta nova metodologia começou a ser aplicada nas organizações de negócios. Diante do desenvolvimento da indústria pós-guerra, surgiram problemas causados pela crescente complexidade das organizações. Os cientistas perceberam que tais problemas eram parecidos com aqueles enfrentados pelos militares durante a guerra, porém em um contexto diferente. A partir disso iniciaram-se estudos de Pesquisa Operacional para campos não militares, expandido assim seu uso (MOREIRA, 2010).

Para Arenales et al (2007) o surgimento da Pesquisa Operacional, esta ligado a invenção do radar na Inglaterra em 1934. O termo é atribuído ao superintende *A. P. Rowe* da Estação de Pesquisa *Manor Bawdsey*, em Suffolk, que comandava equipes para examinar a eficiência de técnicas advindas de experimentos para interceptar aviões inimigos por meio do radar.

Ainda segundo o autor, entre as décadas de 1950 e 1960 a PO começou a ser aplicada em diversos problemas provenientes dos setores privados e públicos. Desde então, vem sendo utilizada em diversas áreas de produção e logística, incluindo indústrias de automóveis, mineração, alimentação, computadores, entre outras, além de organizações de serviços públicos e privados, como bancos, seguradoras e hospitais. No Brasil a pesquisa operacional teve inicio na década de 1960 com a realização do primeiro Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional e em seguida a fundação da SOBRAPO (Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional).

Para Moreira (2010) dois fatores foram extremamente importantes para o crescimento da PO durante os anos de 1945 e 1970. O primeiro está relacionado à melhoria nas técnicas de Pesquisa Operacional, com avanços para formulação de problemas. O segundo fator foi à popularização dos computadores, que permitiu realizar cálculos longos e complexos de forma rápida e fácil.

3.1 Definição de Pesquisa Operacional

Pesquisa Operacional é uma ciência aplicada que utiliza métodos científicos para resolver problemas complexos e auxiliar nos processos de tomada de decisões (ARENALES et al, 2007).

Akoff e Sasieni (1968) citado por Muniz Junior (2012, p. 295) afirmam que:

> É o uso do método científico com o objetivo de prover departamentos executivos de elementos quantitativos para a tomada de decisões com relação a operações sob seu controle.
> Propõe uma abordagem científica na solução de problemas: observação, formulação do problema, e construção de modelo científico (matemático ou de simulação).
> É a modelagem e tomada de decisão em sistemas reais, determinísticos ou probabilísticos, relativos à necessidade de alocação de recursos escassos.

Para Moreira (2010) a PO lida com problemas de como conduzir e coordenar determinadas operações em uma organização e se baseia no método científico para tratar de seus problemas. A observação inicial e a formulação do problema são dois passos importantes para solucionar problemas que envolvem esta metodologia.

A SOBRAPO (2010) apresenta a pesquisa operacional como uma ciência voltada para a resolução de problemas reais, com foco na tomada de decisões. Aplica métodos e conceitos de diversas áreas científicas no planejamento, concepção ou operação de sistemas. A PO busca encontrar a melhor solução, ou solução ótima para um determinado problema.

De acordo com Muniz Junior et al (2012) a PO utiliza técnicas científicas conhecidas, ou se necessário as desenvolve, para auxiliar na resolução de problemas. Seus principais aspectos são:

- Possui amplo espectro de utilização;

- Aplica-se a problemas que envolvem condução e coordenação de atividades ou operações em uma organização;
- Adota um enfoque sistêmico para os problemas;
- Busca a melhor solução (solução ótima) para um problema;
- Usa metodologias de trabalho em equipe.

3.1.1 Modelagem matemática para solução de problemas de PO

Um modelo é uma representação simplificada da realidade, que pode existir ou ser um projeto que aguarda execução. No primeiro caso, o objetivo do modelo é reproduzir o funcionamento do sistema, para aumentar sua produtividade. No segundo, este passa a ser utilizado para definir a estrutura ideal do sistema. Um modelo matemático é constituído de três conjuntos principais: (i) Variáveis de decisão (incógnitas) e parâmetros; (ii) Restrições; (iii) Função Objetivo (LISBOA, 2002).

De acordo com Muniz Junior (2012) a qualidade do modelo esta diretamente relacionada à imaginação e criação da equipe de PO, sendo necessária certa dose de abstração. A utilização de modelos possui duas características importantes:

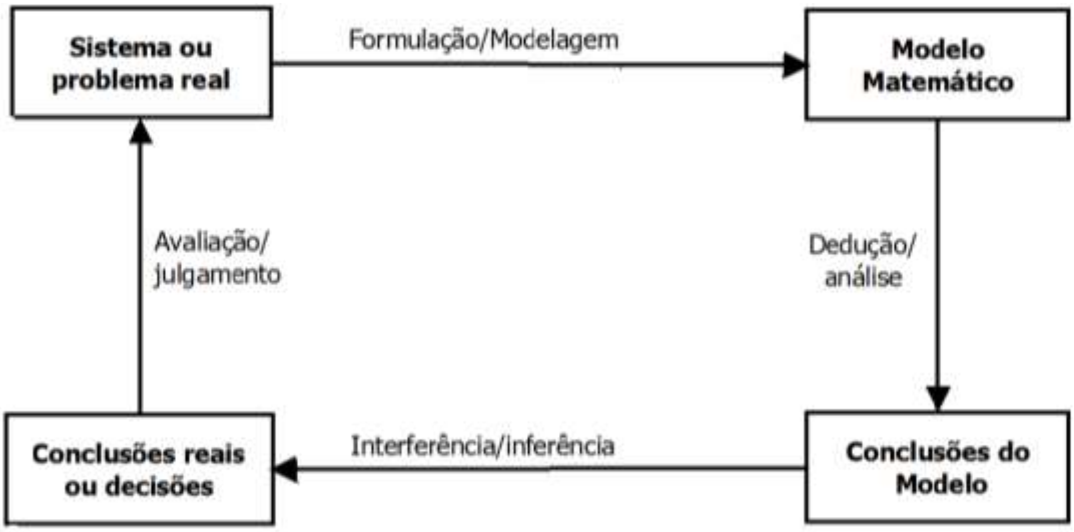
> - Permite a análise do problema modelado, indicando quais são as relações importantes entre as variáveis, quais os dados relevantes, e quais são as variáveis de maior importância;
> – Possibilita a tentativa de várias alternativas de ação sem interromper o funcionamento do sistema em estudo (MUNIZ JUNIOR, 2012, p.17).

Para Arenales et al (2007) o processo da abordagem de solução de um problema usando modelagem matemática, pode ser representado pelo diagrama da Figura 2.

1- Formulação (modelagem): Definição das variáveis e as relações matemáticas para descrever o comportamento do sistema ou problema real;
2- Dedução (análise): Aplicação de técnicas matemáticas e tecnologia para resolver o modelo e visualizar as conclusões;
3- Interpretação (inferência): Argumenta que as conclusões do modelo são suficientes para inferir conclusões ou decisões para o problema real;

4- Avaliação (julgamento): mostra que as decisões e conclusões não são adequadas e que é necessário fazer a revisão da definição do problema e sua modelagem, e então o ciclo é repetido.

Figura 2: Processo de Modelagem

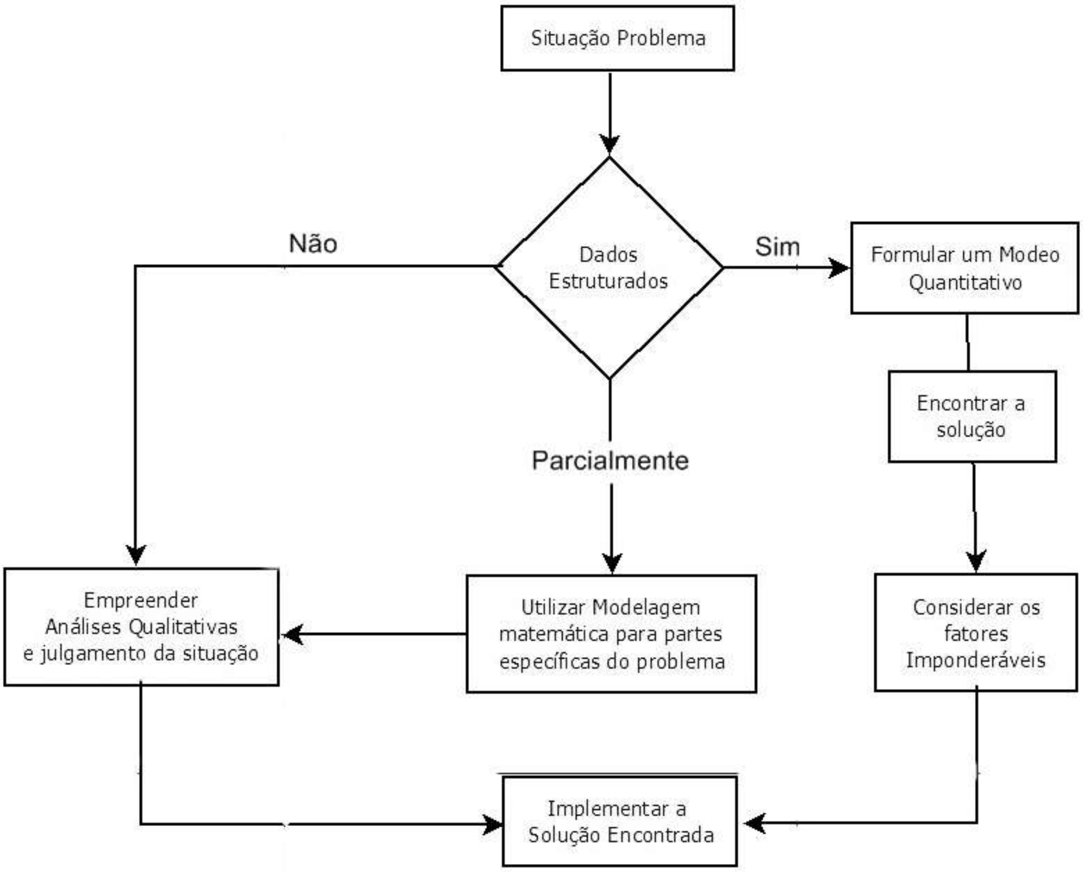


Fonte: Arenales et al, 2007, p. 4

Moreira (2010) afirma que, o processo de solução de um problema de pesquisa operacional apresenta algumas etapas, estas podem ser evidenciadas na Figura 3 e são descritas a seguir:

1- Definição da situação problema: Reconhecer que existe um problema, descrição dos objetivos, reconhecimento das restrições e possíveis soluções.
2- Formulação do modelo quantitativo: Construção do modelo matemático. Resolução do modelo e encontro da melhor solução: O objetivo é encontrar uma solução ótima, que será a melhor de todas. Pode ser necessária a solução de um sistema de equações e inequações.
3- Consideração dos fatores imponderáveis: identificar os fatores importantes que, por serem de difícil quantificação foram esquecidos. Estimar o impacto desses fatores sobre a solução.
4- Implementação da solução: Implementação da solução na prática.

Figura 3: Processo de Solução de um problema de Pesquisa Operacional



Fonte: Moreira, 2004, p.28, citado por Moreira, 2010 (adaptado).

3.2 Programação Linear

Considerada um dos modelos matemáticos mais populares, se não o mais popular, a Programação Linear (PL) visa resolver problemas que possuam varáveis que posam ser medidas e seus relacionamentos possam ser expressos por meio de equações ou inequações lineares (MOREIRA, 2010).

Para Marins (2011) a PL visa encontrar a melhor solução para problemas que tenham modelos representados por expressões lineares. A programação linear consiste em, maximizar ou minimizar uma função linear (Função Objetivo), respeitando as Restrições do modelo. Estas por sua vez determinam uma região, denominada Conjunto de Variáveis. A melhor das soluções viáveis, ou seja, aquela que maximiza ou minimiza a função objetivo, é denominada solução ótima. O objetivo principal da PL consiste em determinar esta solução ótima.

Moreira (2010) resume as características de um modelo de programação linear em duas etapas:

1) Existe uma expressão com uma combinação de variáveis que se quer maximizar ou minimizar, essa expressão é chamada função objetivo. Nela surgem as variáveis fundamentais cuja quantidade será a solução do problema. Essas por sua vez são chamadas de variáveis de decisão;
2) A estrutura do problema é tal que existe certo número de restrições, que são expressas na forma de equações ou inequações matemáticas, que são formuladas devido à configuração dos próprios dados do problema. Dependendo do caso, as restrições representam limitações da situação real.

Lachtermacher (2007) define por (i) Solução: qualquer especificação de valores para as variáveis de decisão; (ii) Solução Viável: solução onde todas as restrições são satisfeitas; (iii) Solução ótima: solução viável que tem o valor que maximiza ou minimiza a função objetivo em toda a região viável, podendo ser única ou não.

Tarante (2010) define por (iv) Restrições: Limites do problema; (v) Função Objetivo: Função que determina a necessidade da modelagem; (vi) Variáveis de Decisão: Variáveis utilizadas para resolver o problema.

Segundo Garcia (1999) pode-se formular o modelo matemático de um Problema de Programação Linear (PPL) da seguinte forma:

Maximizar ou Minimizar

$$Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots\dots\dots\dots + C_n \mathrm{X}_\mathrm{n} \qquad (1)$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} a_{11}\, x_1 + a_{12}\, x_2 + \dots\dots\dots\dots + a_{1n}\, x_n < b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22}\, x_2 + \dots\dots\dots\dots + a_{2n}\, x_n < b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_m x1 + a_{m2} x_2 + \dots\dots\dots\dots + a_{mn}\, x_n < b_n \end{aligned} \qquad (2)$$

Onde:

Z: É a função a ser minimizada ou maximizada respeitando o conjunto de restrições;
X_i: São as variáveis decisórias, representam as quantidades ou recursos que se quer determinar para otimizar o resultado global;
C_i: Coeficientes de ganho ou custo que cada variável é capaz de gerar;
b_j: Quantidade disponível de cada recurso;
a_{ij}: Quantidade de recursos que cada variável decisória consome.

$x_1 > O$ *e* $B > 0$ *para* $i=1,2.....n$ *e* $j = 1,2,.....m$

(1) Denominado função objetivo, é a função matemática que codifica o objetivo do problema.

(2) São as funções matemáticas que codificam as principais restrições identificadas.

4 O PROBLEMA DE CORTE

A indústria de rochas ornamentais processa uma grande quantidade de matéria-prima plana, geralmente em forma de chapas. Esta matéria-prima é cortada para a geração de peças, que possuem dimensões (largura e comprimento) definidas e que serão utilizadas, por exemplo, para corte de soleiras, rodapés, pisos e na decoração de ambientes. A terceira dimensão também existe nos materiais e nas peças, mas é desconsiderada para as atividades de corte que serão abordadas neste estudo.

Moreira (2010) define como objetivo do problema do corte bidimensional, encontrar um posicionamento ótimo de peças a serem fabricadas a partir de chapas, visando obter a máxima área utilizada da matéria prima, o que resulta consequentemente no mínimo desperdício. As literaturas de gerência de produção e pesquisa operacional vêm estudando fortemente os problemas de corte que estão presentes em diversos processos industriais, nestes processos, em geral os objetos são chapas, placas, bobinas ou rolos que estão disponíveis em estoque e as peças ou itens, com dimensões especificadas, geralmente são encomendadas de acordo com pedidos realizados por clientes ou de acordo com a programação da produção. O problema de corte se apresenta em duas grandes categorias:

- Posicionamento de quantidades variáveis de formas em um recipiente de dimensões fixas.
- Posicionamento de uma quantidade fixa de formas em um recipiente com dimensões variáveis.

Moreira (2010) traz como exemplo da primeira categoria, acondicionar o maior número de objetos de uma determinada demanda de produção em um ou mais recipientes disponíveis para utilização. Os recipientes podem ter dimensões iguais ou distintas, porém o fato de apresentarem dimensões distintas resulta no aumento da complexidade do problema. A segunda categoria pode ser exemplificada através do planejamento de corte em rolos ou bobinas, onde se deseja utilizar o menor comprimento possível para de se obter e atender a uma determinada demanda de peças.

O problema de otimização dos cortes é considerado de alta complexidade do ponto de vista geométrico e combinatorial. Combinatorial, pois, dada uma determinada demanda de peças, existem diversas combinações possíveis de se realizar o corte nas chapas a fim de se obter estas peças, sendo que algumas podem ter maior grau de aproveitamento que outras. A complexidade geométrica encontra-se nas restrições impostas tanto pelas formas das peças quanto pela ferramenta de corte que será utilizada. No caso do uso da guilhotina, por exemplo, as peças devem ser posicionadas de forma que possam ser cortadas de maneira ortogonal, ou seja, paralelo a um dos lados da chapa, de forma a separá-las em duas partes menores (ARENALES et al, 2007).

Este trabalho terá como foco cortes bidimensionais guilhotinados (feito paralelamente a um dos lados do objeto retangular, dividindo-o em dois novos retângulos) uma vez que o problema de corte de chapas de pedra em itens menores apresentam padrões compartimentados bidimensionais.

4.1 Considerações Sobre Corte Unidimensional e Bidimensional

Segundo Sepúlveda (2013) grande parte dos trabalhos desenvolvidos na área de corte tem relação direta com o problema de empacotamento devido à grande semelhança entre ambos os problemas.

Diversos autores apresentaram propostas interessantes nessa área de pesquisa. A primeira aproximação para problemas reais foi apresentada por Gilmore e Gomory (1961), sendo esta, uma das publicações de maior importância e relevância dentro desta área de pesquisa, motivando e incentivando muitos pesquisadores interessados em abordar este tema, têm-se como resultado desse incentivo proporcionado pelos resultados obtidos por Gilmore e Gomory o aumento do número de publicações a cada ano que apresentam variações do problema.

Para Vieira (1999), os Problemas de Corte e Empacotamento são extensivamente estudados por serem problemas de difícil solução, nestes problemas a possibilidade de existir algoritmos exatos que apresentem sua resolução em tempo de execução razoável é muito pequena. Por este motivo, faz-se necessário a utilização de algoritmos heurísticos e aproximativos que buscam encontrar soluções muito próximas da ótima, porém, em tempos de execução razoáveis.

Segundo Sepúlveda (2013) o problema conhecido como *One-Dimensional Bin Packing* (Problema de Empacotamento Unidimensional) considerado NP-Difícil é evidenciado através da consideração do caso especial em que todos os itens possuem larguras diferentes e mesmo comprimento, ou seja, somente uma das dimensões é relevante ao processo de corte, problema este provado como NP-Difícil por Garey e Johnson (1979) e Martello et al. (2003).

Existem alguns métodos exatos (aqueles que forneceriam a solução exata, não fossem os erros de arredondamento, com um número finito de operações) propostos para resolver este tipo de problema. Alguns autores ao longo dos anos apresentaram propostas de resolução do problema de corte.

Apresentaram formulações inteiras os autores Beasley (1985), Tsai et al (1988) e Scheithauer e Terno (1993). Já Fekete e Schepers (1997) criaram um procedimento fazendo uso de grafos para mostrar a posição relativa das peças em um padrão possível, anos mais tarde Caprara (2004) apresentou uma evolução deste algoritmo, com algumas melhorias.

Na década de 80, surgiu o procedimento mais usado para alocar peças. Apresentado em Chazelle (1983), o algoritmo *Bottom-Left* (BL), permite obter padrões de corte tipo não guilhotinado. Outro método muito utilizado na literatura para construir soluções a partir do ordenamento de peças, é o mecanismo *Difference-Process* (DP), similar ao *Bottom-left*, este algoritmo permite gerar padrões de corte do tipo não guilhotinado (SEPÚLVEDA, 2013).

Um algoritmo metaheurístico para solucionar o problema de corte ótimo bidimensional tipo guilhotinado e sem restrições, foi proposto por Beasley (2004), considerando restrições para o mesmo problema, Lai e Chan (1997) propuseram um algoritmo baseado em *Simulated Annealing*. Utilizando a codificação usada por Lai e Chan (1997), Leung et al (2011) desenvolveu um algoritmo genético, para demonstrar que existem padrões de corte que não podem ser encontrados pelos procedimentos BL e DP, em conjunto com *Simulated Annealing.*Um algoritmo genético para o caso geral foi proposto por Beasley (2004), este algoritmo baseia-se em uma nova formulação não linear, que permite resolver o problema quando se tem mais de uma placa e quando se tem alguma região da placa que não pode ser utilizada. Por resolverem problemas com até 1000 tipos de peças e gerar uma nova base de dados baseados nos estudos de Fekete e Schepers (1997), os resultados computacionais obtidos com esta formulação são os melhores até o momento.

4.2 Generalidades do Problema de Corte Bidimensional

O problema de corte bidimensional possui extrema importância devido a sua grande área de aplicação na atividade industrial. Diversos processos industriais produzem itens menores a partir do corte de peças maiores, que podem ser fabricadas na própria indústria, estarem disponíveis em estoque ou serem compradas de terceiros. Geralmente neste tipo de problema, cria-se um caso geral onde se dispõe de uma superfície *S*, de certo material que possui dimensão *L*W* (comprimento *L* e largura *W*). Dispõem-se também, de um conjunto *n* de peças diversas, cada uma com dimensões diferentes dadas por l_i w_i e um beneficio b_i associado a ela (ARENALES et al, 2007) .

O problema visa encontrar a melhor distribuição das peças sobre a superfície S, dado um determinado número de peças de cada tipo, de forma, a maximizar o beneficio obtido ou minimizar o desperdício do material.

No trabalho de Arenales et al (2007), é demonstrado a formulação matemática deste problema da seguinte forma :

$$max \sum_{i=1}^{n} b_i * x_i \tag{3}$$

Sujeito a:
{*R*}

Onde:

- b_i; x_i - é o número de peças tipo *i* a serem cortadas e o benefício associado;
- {*R*} - Representa o conjunto de restrições específicas de cada variante do problema. Dependendo das características do problema em particular, as características podem mudar.

4.3 Corte Ótimo Bidimensional de Peças Retangulares em uma Única Placa

Segundo Lodi et al (2002) , é possível identificar o problema de corte ótimo bidimensional de peças retangulares em uma única placa, por meio dos seguintes identificadores *(2,V,O,*,G,*,Z,E,L),* notação esta que apresenta semelhanças com a tipologia proposta por Dyckhoff (1990). A forma de representação reduzida do problema pode ser definida como:

(2) Está se tratando o problema de corte em duas dimensões.

(V) Podem-se utilizar uma porcentagem das placas e todas as peças demandadas.

(O) Utilização de uma única placa.

(*) Refere à diversidade das peças demandadas.

(G) Quer dizer que as peças devem ser obtidas como resultado de aplicar sucessivos cortes tipo guilhotinados.

(*) Considera-se a opção de rotar as peças quando seja necessário, ou deixar as peças com orientação fixa.

(Z) O beneficio que se obtém pelo corte de cada peça é igual a sua área.

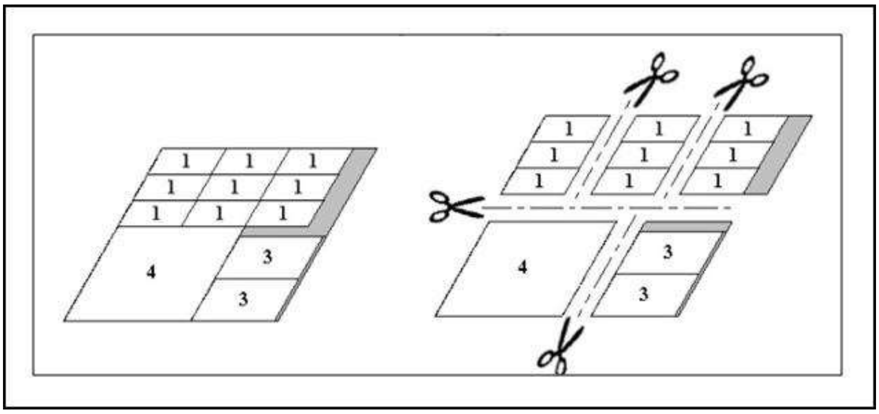
(E) Têm peças com limite máximo de corte.

(L) Têm peças de formas regulares (LODI et al, citado por SEPÚLVEDA, 2013, p.33).

A primeira formulação do problema *(2,V,O,*,G,T,Z,E,L)* pode ser definida como: o corte de um retângulo que neste caso é denominado como placa de comprimento *L* e largura *W* (LODI et al, 2002). Um conjunto de retângulos de cardinalidade n que são denominadas como peças, de comprimento l_i e largura w_i, onde *(i = 1, ..., n).* Uma peça *(l, w)* é equivalente a uma peça *(w, l),* como é mostrada na Figura 4.

Pode-se notar que para esta formulação do problema:
(*T*) quer dizer que as peças podem rotacionar 90°.

Figura 4 – Disposição e corte das peças sobre uma placa



Fonte: ÁLVAREZ et al, (2009) Citador por Sepúlveda (2013)

Onde a função objetivo é dada pela seguinte equação:

$$\boldsymbol{max} \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{l_i} * \boldsymbol{w_i} * \boldsymbol{z_i} \tag{4}$$

Sujeito a:

- A somatória das áreas das peças cortadas não deve superar a área total da placa. As peças não podem se sobrepor entre elas mesmas.
- A geração das peças deve ser dada pelo fato de realizar um corte de extremo a extremo sobre a placa de material ou subdivisões dela.

A segunda formulação do problema *(2, V, O, *,G, A, Z, E, L)* tem a mesma definição que o caso anterior, só que tem uma característica que fazem os dois problemas serem diferentes (LODI et al, 2002). Esta característica é a condição de orientação das peças. Isto quer dizer que uma peça *(l, w*) não é equivalente a uma peça *(w, l),* como se apresenta a seguir:

(A) Quer dizer que as peças têm orientação fixa.

Os dois problemas definidos anteriormente têm sido trabalhados nos diferentes campos da otimização, como é a otimização exata e aproximada, também chamadas de heurísticas e metaheurísticas.

5 MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO COMBINATÓRIA

Problemas de Otimização Combinatória podem ser modelados como um problema de minimização ou maximização de uma função cujas variáveis devem obedecer às restrições estabelecidas. O desafio neste caso é encontrar as soluções ótimas, ou mesmo aproximadas para o problema (MAURI, 2008).

Segundo Cogo (2001) a otimização combinatória é um ramo da pesquisa operacional que trata do estudo matemático para encontrar um agrupamento, arranjo ou seleção ótima de objetos discretos.

De acordo com Dyckhoff e Finke (1992) citado por Faria (2006, p.9) o problema de corte é considerado um dos clássicos problemas de otimização combinatória, este primeiro foi extensivamente estudado por ser de difícil resolução. Problemas deste tipo consistem em combinar unidades menores (itens) em unidades maiores (objetos), satisfazendo determinadas restrições.

Diversos métodos podem ser utilizados para resolver os problemas de otimização combinatória, os três principais são os métodos exatos, os aproximativos e os heurísticos.

De acordo com Temponi (2007) os métodos exatos utilizam modelos matemáticos de otimização e a implementação de algoritmos específicos para obter a solução ótima para o problema, entretanto o tempo computacional para resolvê-los torna-se muito alto (não-polinomial).

Os métodos aproximativos buscam adotar estratégias que equilibrem a qualidade da solução obtida com o tempo total de processamento, a cada iteração os algoritmos aproximativos se aproximam da solução ótima.

Ainda segundo Temponi (2007) os métodos heurísticos são capazes de encontrar soluções viáveis em um tempo de execução bem menor (polinomial), entretanto não garantem a qualidade da solução.

Utiliza-se neste trabalho a Programação Linear para resolver o Problema de Corte. A PL está entre as técnicas mais amplamente aplicadas em problemas de otimização, e é utilizada com sucesso, em praticamente todos os tipos de problemas combinatórios. Entretanto não é a única existente, diversas outras técnicas podem ser utilizadas para resolver problemas deste tipo. Nas subseções a seguir serão detalhadas algumas das principais.

5.1 Métodos Exatos

Dentre os métodos exatos existentes podemos destacar a Modelagem Matemática e o Branch and Bound.

5.1.1 Modelagem matemática para o problema de corte proposta por Temponi (2007)

Na literatura existe uma quantidade significativa de publicações sobre o problema de corte bidimensional. Muitos destes representam o problema por meio de modelos matemáticos, tornando-se possível encontrar boas soluções devido a sua eficiência.

Dentre estes trabalhos podemos citar Temponi (2007). O autor propôs um modelo matemático para resolver o problema de corte bidimensional guilhotinado, tendo como base o modelo proposto por Lodi et al (2004).

Neste modelo os itens são alocados formando-se faixas, estas posteriormente são combinadas e alocadas em determinado objeto.

São realizadas as seguintes observações para a modelagem do problema.

- Em cada objeto, a primeira faixa é a de maior comprimento;
- Em cada faixa, o item que se encontra mais a esquerda é o de maior comprimento;
- Os itens são previamente ordenados e renumerados por ordem decrescente com relação ao comprimento.

Sejam, então, os seguintes dados do problema:

- *H:* Comprimento do objeto;
- *W*: largura do objeto;
- h_i: comprimento do item para, $i = 1,..., n;$
- w_i: largura do item, para $i = 1,..., n.$

Podem-se definir as seguintes variáveis de decisão:

- x_{ij} variável binária que irá assumir o valor 1, caso o item *j* esteja alocado na faixa *i*, caso contrário assume o valor 0;
- *yi*: variável binária que irá assumir o valor 1 se o item *i* inicializar a faixa *i*, caso contrário assume o valor 0;
- *zki*: variável binária que irá assumir o valor 1 se a faixa *i* estiver alocada no objeto *k*, caso contrário assume o valor 0;
- *qk*: variável binária que irá assumir o valor 1 se a faixa *k* for a primeira faixa do objeto *k,* caso contrário assume o valor 0.

O modelo proposto é apresentado a seguir:

min

$$\boldsymbol{f = \sum_{k=1}^{n} qk} \quad (5)$$

sujeito a

$$\boldsymbol{\sum_{i=1}^{j-1} x_{ij} + y_i = 1, \qquad (j = 1, \dots, n);} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\sum_{j=i+1}^{n} w_j x_{ij} \leq (W - w_i)y_i, \qquad (i = 1, \dots, n-1);} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\sum_{K=1}^{i-1} z_{ki} + q_i = y_i, \quad (i = 1, \dots, n);} \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\sum_{i=k+1}^{n} h_i z_{ki} \leq (H - h_k)q_k, \quad (i = 1, \dots, n-1);} \quad (9)$$

$$\boldsymbol{x_{ij},\ y_i,\ z_{ki},\ qk \in \{0, 1\} \quad \forall\ i, j, k} \quad (10)$$

As restrições representadas pelas expressões visam garantir que:

- (6): cada item seja alocado exatamente uma única vez;

- (7): o somatório dos itens em cada faixa não ultrapasse o limite imposto pela largura do objeto;
- (8): cada faixa seja alocada apenas uma vez em algum objeto;
- (9): a soma dos comprimentos das faixas alocadas em um determinado objeto não deve ultrapassar o comprimento do mesmo.

Temponi (2007) ainda propôs em seu trabalho a resolução do mesmo problema de corte utilizando três metaheurísticas diferentes. O desempenho das mesmas foi comparado com os resultados obtidos com a resolução do modelo matemático. Após a analise dos resultados, o autor concluiu que em alguns casos as metaheurísticas apresentaram resultados melhores do que a melhor solução utilizando a modelagem matemática que foi proposta em seu trabalho.

5.1.2 *Branch and bound*

O *Branch and Bound* é um método exato utilizado na resolução de diversos tipos de problemas de otimização.

A técnica consiste em dividir o conjunto de soluções viáveis em subconjuntos sem interseções entre si, calculando os limites inferiores e superiores para cada subconjunto e eliminando-os de acordo com regras pré-estabelecidas (LACHTERMACHER, 2007).

De acordo com Goldbarg (2000) este método está baseado na ideia de desenvolver uma enumeração inteligente dos pontos candidatos à solução ótima inteira. O termo *Branch* faz referência ao fato de que o método efetua partições no espaço de soluções e o termo *Bound* ressalta que a prova da otimalidade da solução utiliza-se de limites calculados ao longo da enumeração.

Em síntese, o algoritmo baseia-se no processo de dividir para conquistar, que consiste em quebrar um problema difícil em diversos problemas menores, de fácil resolução, para depois juntar as informações obtidas e resolver o problema original. É feita a enumeração das possíveis soluções, e procura-se eliminar ao longo do caminho grupo de soluções menos proveitosas. Ao final do procedimento, a melhor solução encontrada é uma solução ótima (HERRERA, 2007).

5.2 Métodos Heurísticos

A resolução de problemas de otimização por meio de métodos heurísticos não garante que seja encontrada a solução ótima, entretanto estes são capazes de retornar uma solução de qualidade (satisfatória) em um tempo adequado tendo em vista as necessidades da aplicação e a complexidade do problema em questão (TEMPONI, 2007).

> Uma heurística é uma técnica que busca alcançar uma boa solução utilizando um esforço computacional considerado razoável, sendo capaz de garantir a viabilidade ou a otimalidade da solução encontrada ou, ainda, em muitos casos, ambas, especialmente nas ocasiões em que essa busca partir de uma solução viável próximo ao ótimo (GOLDBARG; LUNA, 2000, p.244).

A vantagem da heurística se encontra no fato de ser simples de formular, implementar computacionalmente, entender, são rápidas e robustas.

As heurísticas diferem segundo a estratégia que usam para buscar e construir suas soluções. Podem ser: Heurísticas Construtivas; Heurísticas de Refinamento (Busca Local) e Metaheurísticas (Temponi, 2007).

5.2.1 Heurísticas construtivas

De acordo com Arroyo (2002) as Heurísticas Construtivas são responsáveis por construir uma solução viável a partir de uma ou mais regras específicas para o problema objeto de análise. A construção da solução é feita de forma incremental, e a cada iteração um novo elemento é escolhido para integrar a solução.

De acordo com Temponi (2007), dentre as formas mais comuns de escolha do novo elemento pode-se destacar duas. A primeira e mais comum delas, é feita de acordo com a função de avaliação utilizada, o elemento a ser escolhido deve ser aquele que minimiza ou maximiza a função de avaliação. Neste caso diz-se que foi utilizada uma heurística de construção gulosa.

Na segunda, a escolha do novo elemento é feita de forma aleatória. A cada iteração é escolhido aleatoriamente um novo elemento dentre aqueles que estão na lista de elementos candidatos. Diz-se, então, que foi utilizada uma heurística de construção aleatória.

Os métodos construtivos geralmente são rápidos e os resultados obtidos por meio deles podem ser usados para desenvolver algoritmos de melhoria ou metaheurísticas (Temponi, 2007).

Segundo Bianco e Silva (2010) as heurísticas construtivas são usadas com frequência na resolução de problemas NP-Dificeis (como é o caso do problema de corte), principalmente quando se deseja obter uma solução de boa qualidade em um tempo menor.

Estas heurísticas apresentam regras de posicionamento que são responsáveis por determinar o ponto de posicionamento de uma peça, sendo aplicadas sucessivamente as demais peças de forma a se obter o padrão de corte.

Na literatura pode-se encontrar alguns algoritmos para o encaixe das peças na chapa retangular como: *First Fit* (FF), *Next-Fit* (NF), *First Fit Decreasing* (FFD), *Next Fit Decreasing* (NFD), *Bottom-Left* (BL). Sendo este último algoritmo, o de preferência dos pesquisadores, pois encontra soluções em curto período de tempo e otimiza os espaços na fase de posicionamento dos itens (BIANCO; SILVA, 2010).

5.2.2 Heurísticas de refinamento

Também conhecidas como técnicas de Busca Local ou Busca em Vizinhança, as Heurísticas de Refinamento visam melhorar uma solução inicial qualquer, que pode ser gerada de forma aleatória ou através de heurísticas construtivas.

As heurísticas de refinamento utilizam o conceito de estrutura de vizinhança para explorar o espaço de soluções alcançáveis através de uma regra de movimento que modifica a solução inicial. Dessa vizinhança é escolhida a solução que possui uma avaliação melhor que a solução inicial. A solução escolhida torna-se a nova solução inicial e processo continua até que seja encontrado um ótimo local (ARROYO, 2002).

O autor ainda afirma que a eficiência da heurística de busca local depende da escolha da solução inicial e da definição de uma vizinhança que estabeleça uma relação entre as soluções no espaço de decisões. Tendo encontrado o ótimo local, essas heurísticas param e não são capazes de encontrar novas regiões do espaço de busca.

5.3 Metaheurísticas

O termo Metaheurística deriva da composição de duas palavras gregas, *heurística* (*heuriskein*), que quer dizer "encontrar, descobrir", e esta relacionada com a capacidade de resolver de modo inteligente problemas reais utilizando o conhecimento disponível. O prefixo *meta* exprime a ideia de nível superior. Sendo assim, as metaheurísticas são estratégias inteligentes capazes de melhorar procedimentos heurísticos gerando resultados de alta qualidade (SEPÚLVEDA, 2013).

Metaheurísticas são métodos inteligentes flexíveis, pois possuem uma estrutura com componentes genéricos que são adaptados ao problema que se quer resolver. Estes métodos possuem facilidade em incorporar novas situações e exploram o espaço de soluções permitindo a escolha estratégica de soluções piores dos que as já encontradas, tentando dessa forma superar a otimalidade local (ARROYO, 2002).

As metaheurísticas permitem encontrar uma grande quantidade de ótimos locais, mas não garantem a otimalidade global.

Blum e Roli (2003) fazem um resumo das propriedades fundamentais que caracterizam as metaheurísticas:

- Metaheurísticas são estratégias que "guiam" os processos de busca;
- Tem por objetivo explorar de forma eficiente o espaço de busca com a finalidade de encontrar (se aproximar) da solução ótima;
- Técnicas que fazem parte das metaheuristicas variam desde procedimentos de busca local simples ate processos de aprendizado complexos;
- Algoritmos metaheurísticos são aproximados e geralmente não determinísticos;
- Podem incorporar mecanismos para evitar ficar preso em áreas confinadas do espaço de busca;
- Metaheurísticas podem fazer uso de conhecimento especifico do problema por meio de heurísticas que são controladas por estratégias superiores;
- Atualmente metaheurísticas mais avançadas utilizam a experiência obtida durante a busca (por meio de algum tipo de memória) para guiar a busca.

Dentre os procedimentos que podem ser classificados como metaheurísticas pode-se citar: Algoritmo Genético, Colônia de Formiga, Busca Tabu, *Simulated Annealing* e GRASP (ARENALES et al, 2007).

Os Algoritmos Genéticos (AG) são métodos de busca baseados no processo biológico de seleção natural e evolução, que privilegia os indivíduos mais adaptados. As técnicas dos AG simulam os processos de evolução natural descritos por Charles Darwin, são baseados numa analogia com os sistemas genéticos naturais. Os Algoritmos Genéticos são uma parte da computação evolucionária que encontrou uma possibilidade de aplicação geral (GOLDBARG; LUNA, 2000).

Colônia de Formiga é uma técnica inspirada no comportamento das formigas que são capazes de encontrar o caminho mais curto entre a origem do alimento e sua colônia. Estas são influenciadas pela presença de feromônios no caminho, e tendem a seguir na direção onde a concentração de feromônios é mais forte (HERRERA, 2007).

A Busca Tabu utiliza a exploração estratégica e a memória flexível para guiar a busca no espaço de soluções. Através da exploração estratégica é determinada a direção de busca baseada em propriedades da solução corrente e da história da busca. A memória flexível possui estruturas de memória de curto e longo prazo. A de curto prazo é responsável por armazenar atributos de soluções visitadas em passos recentes (os atributos são utilizados para impedir o retorno as soluções visitadas). A memória de longo prazo contém uma história seletiva de soluções e seus atributos (ARENALES et al, 2007).

Simulated Annealing, o método se baseia na busca aleatória de vizinhança, inspira-se o no comportamento termodinâmico da matéria, que se inicia com uma solução inicial, gerando outras soluções vizinhas baseados no Algoritmo de Metropolis, e calcula o custo de todas elas, se o custo for menor a nova solução é aceita, caso contrário à solução pode ou não ser descartada (HERRERA, 2007).

GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) é uma técnica iterativa composta de duas fases: uma de construção, onde uma solução é gerada, elemento a elemento; seguida de uma fase de busca local, que consiste em pesquisar um ótimo local na vizinhança da solução construída. A melhor solução encontrada é mantida como resultado final (TEMPONI, 2007).

6 ESTUDO DE CASO

Este capitulo é composto por duas fases correlacionadas. A primeira fase consiste na analise descritiva, que visa comprovar a existência do desperdício no corte de chapas de pedra, nas empresas do município de Vargem Alta. A segunda fase consiste na elaboração e resolução do modelo matemático, que tem por objetivo mostrar a aplicabilidade da pesquisa operacional, na resolução dos problemas de corte bidimensional.

6.1 Analise Descritiva

O problema de corte bidimensional esta presente no cotidiano das empresas do setor de rochas ornamentais do município de Vargem Alta. As marmorarias, como são conhecidas, vendem peças sob encomenda que são produzidas, cortando-se as chapas de mármore e granito em pedaços menores (itens).

Para realização deste trabalho foram visitadas duas empresas, ambas situadas no município de Vargem Alta, por questão de sigilo comercial o nome será preservado e estas serão denominadas “Empresa A” e “Empresa B”.

Basicamente, o processo de corte nas duas empresas funciona da mesma forma e pode ser dividido em duas etapas. Na primeira, são realizados os cortes na horizontal, onde a chapa de pedra é cortada ao longo de todo seu comprimento para a obtenção de faixas, como pode ser observado na Figura 5.

Figura 5: Corte na horizontal – “Empresa B”

Fonte: Pesquisa do autor

Na segunda etapa, a faixa é retirada do primeiro processo é cortada na vertical para obtensão dos itens menores. (Figura 6).

Figura 6: Corte dos Itens na Vertical – “Empresa B”

Fonte: Pesquisa do autor

As empresas não utilizam nenhum padrão de corte, o arranjo do mesmo é feito com base na dimensão dos itens desejados, primeiro são cortadas às faixas com base na altura (horizontal) e posteriormente os itens menores são cortados com base no comprimento (vertical). O arranjo dos itens pode se dar de várias formas e os retalhos provenientes do corte da matéria prima, muitas vezes não podem ser reaproveitados e acabam influenciando no preço do produto final.

“Na Empresa A” as sobras provenientes do corte são mantidas em seu formato original (sem processamento e acabamento) e armazenadas no pátio externo da empresa. O material só será reaproveitado quando a empresa receber encomendas de itens que podem ser cortados a partir daquelas sobras. (Figuras 7 e 8).

Figura 7: Sobras 1 “Empresa A”

Fonte: Pesquisa do autor

Figura 8: Sobras 2 “Empresa A”

Fonte: Pesquisa do autor

Na “Empresa B” as sobras são cortadas e armazenas no pátio interno da empresa, conforme mostram as Figuras 9 e 10. Estas serão reaproveitas caso a empresa receba encomenda de itens menores que possam ser obtidos a partir delas, ou onde as dimensões dos itens não tenham importância. Entretanto, este tipo de pedido não é frequente, como consequência a empresa tem os custos elevados devido ao desperdício e tem seu espaço ocupado, impedindo que outros itens sejam armazenados.

Figura 9: Sobras 1 “Empresa B”

Fonte: Pesquisa do autor

Figura 10: Sobras 2 “Empresa B”

Fonte: Pesquisa do autor

6.2 Modelagem Matemática

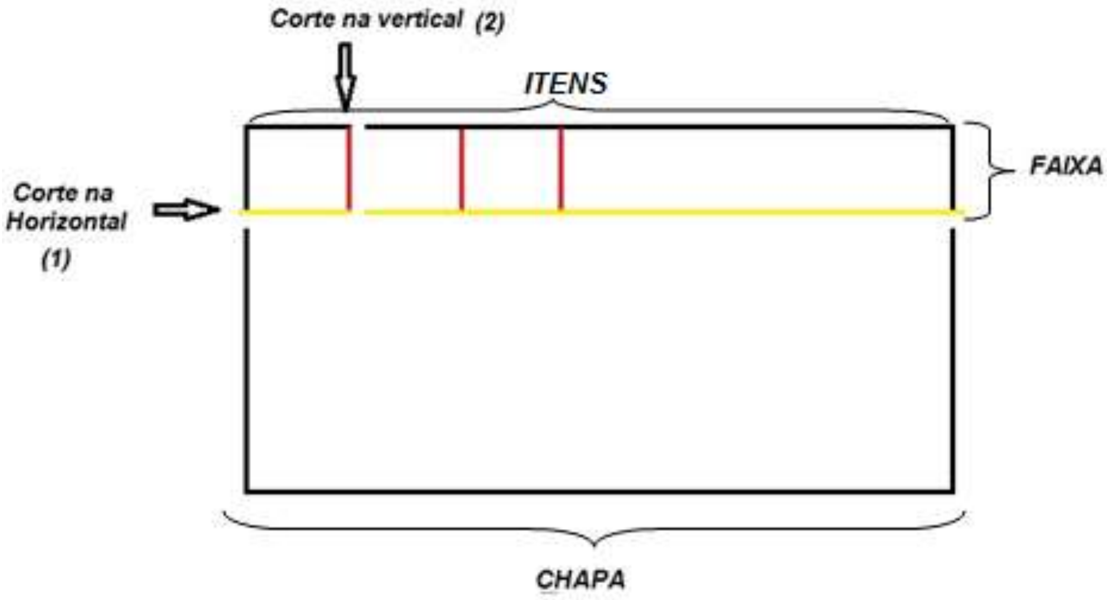
Uma empresa de mármore e granito recebe constantemente encomendas de pequenos itens, que são obtidos através do corte linear de chapas de pedras. Estes itens, geralmente possuem comprimento e largura predefinidos pelo cliente, ou seja, o cliente ao realizar o pedido estabelece o tamanho dos itens. Esta empresa visa estabelecer um modelo matemático que permita minimizar o desperdício proveniente do corte de chapas de pedras.

A empresa destaca como problema, o desperdício de grande parte da chapa que sofre o processo de corte em sua dimensão total, ou seja, toda a área da chapa era cortada em itens menores e dessa forma eram desperdiçados muitos itens solicitados por um cliente especifico. Estes itens dificilmente seriam vendidos a outro cliente, que mesmo solicitando o mesmo tipo de material, o solicitaria com medidas diferentes. O interesse da empresa está no fato de minimizar o desperdício de forma a utilizar a menor área da chapa possível, ou seja, visando somente a utilização da área necessária para atender a demanda do cliente, podendo o que restar da chapa ser utilizada para atender a demanda de outro cliente com dimensões de itens diferentes.

É necessário destacar que, para ser considerado desperdício os itens que restaram do processo de corte devem possuir uma das dimensões menores ou deve possuir ambas as dimensões iguais as dos itens solicitados pelo cliente.

Primeiro são realizados os cortes na horizontal e depois os cortes na vertical. Cada corte realizado na horizontal será considerado uma faixa, que pode conter vários itens ou pode representar apenas um item, se este apresentar a totalidade da dimensão da faixa. A Figura 11 representa e exemplifica a sequência do processo de corte realizado em uma chapa de pedra.

Figura 11: Processo de Corte da Chapa



(1) Primeiramente é feito o corte na horizontal
(2) Cortes feitos na vertical depois de separadas as faixas

Fonte: Pesquisa do autor

Para solucionar o problema e diminuir o desperdício proveniente do corte a ser realizado em uma chapa de pedra, é preciso levar em consideração os seguintes dados que serão informados pelo cliente:

L: Comprimento da chapa
W: Largura da chapa
l_i: Comprimento do item
w_i: Largura do item
Q: Quantidade de Itens solicitados para atender a demanda do cliente

Além dos dados destacados acima, que devem sem analisados, é necessário levar em consideração as seguintes variáveis para resolução do problema:

q_i: quantidade de itens que ocuparão uma faixa, neste caso a faixa com aproveitamento máximo;
q_o: quantidade de itens que ocuparão todas as faixas aproveitadas ao máximo;
L_i: quantidade de cortes na horizontal necessárias para atender a demanda do cliente;

l_o: soma do comprimento dos itens em uma faixa;

l_{oi}: soma do comprimento dos itens na última faixa necessário para atender a demanda solicitada pelo cliente;

ld_i: comprimento restante em uma faixa. Este comprimento é correspondente ao comprimento da área não ocupada por itens de tamanho predeterminado pelo cliente;

ld_{ii}: Comprimento restante na última faixa necessária para atender a demanda do cliente. Este comprimento é correspondente ao comprimento da área não ocupada por itens de tamanho predeterminado pelo cliente;

n_i: número inteiro em caso de L_i que é resultante da divisão de Q/q_i seja igual a um valor decimal, em caso de L_i ser um numero inteiro então $n_i = L_i$;

q_{ii}: quantidade de itens que ocupam a última faixa, necessárias para atender a demanda do cliente;

Qtd_i: quantidade de itens considerados desperdício.

A empresa visa minimizar o desperdício proveniente do corte em chapas para atender a demanda de um cliente, para atender este requisito vamos trabalhar com um modelo que permite minimizar a quantidade de itens considerados como desperdício. Por se tratar de itens que serão considerados desperdício, é mais interessante minimizar sua quantidade do que sua área total, até mesmo pelo fato de que grande quantidade de itens embora seja pequena, geram acúmulo de material e ocupam espaço como demonstrado nas figuras 7, 8, 9 e 10. Para resolução do problema propomos seguir os passos abaixo:

$$\min Qtd_i \tag{11}$$

$$q_i = L / l_i \tag{12}$$

(11) A proposta do modelo é diminuir a quantidade de itens provenientes do processo de corte.

(12) A variável q_i representa a quantidade de itens possíveis em uma faixa, o cálculo proposto é necessário para definir a quantidade de itens possíveis para que a seguir, possamos definir a quantidade de cortes na horizontal necessárias apenas para atender a demanda do cliente.

Para identificar quantos cortes serão necessários na horizontal calcula-se o:

$$L_i = Q / q_i \qquad (13)$$

(13) Se o resultado de L_i for um número decimal, para se determinar o número de faixas necessárias para atender a demanda do cliente é preciso arredondar para o próximo número inteiro.

Observe que o se o valor de L_i for decimal o valor de n_i corresponde ao número inteiro obtido como resultado de L_i, e corresponde ao valor de L_i se o resultado obtido de L_i for um número inteiro, dessa forma o valor de n_i sempre será um numero inteiro. Por exemplo, se $L_i = 3{,}5$, então $n_i = 3$, se o valor de $L_i = 4$, então $n_i = 4$.

O valor de n_i corresponde à quantidade de faixas que serão aproveitadas ao máximo, ou seja, serão cortadas verticalmente de forma a obter-se o número maior de itens que nela podem ser alocados. Aproveitando-se ao máximo as faixas, se sobrar alguma área não ocupada por um item, esta área possuirá comprimento menor que a do item solicitado e será considerado desperdício sendo assim a área resultante de uma faixa é um item desperdiçado, dessa forma:

$$n_i = Qtd_i \qquad (14\ )$$

Provamos que o que se afirma acima é verdade através do cálculo.

$$l_o = q_i * l_i \qquad (15)$$

$$L - l_o = ldi \qquad (16)$$

Se $ld_i \leq l_i$ (17)

Então o item é considerado desperdício.

Se $ld_i > l_i$ (18)

Então o item não é considerado desperdício.

É necessário observar se o número de faixas ocupadas em sua totalidade será suficiente para atender a demanda do cliente, neste caso calcula-se:

$$q_o = n_i * q_i \qquad (19)$$

(19) Se q_o não for igual à quantidade de itens solicitada pelo cliente, então utilizaremos a seguinte fórmula para determinar quantos itens são necessários na última faixa para atender a demanda do cliente:

$$q_{ii} = Q - q_o \qquad (20)$$

(20) Se for necessário calcular o valor de *Qtdi* o valor o que restar da faixa não ocupada por itens não será considerada desperdício uma vez que o l_{oi} da faixa será maior que o valor do item solicitado pelo cliente.

Para comprovar o que se afirma acima calcula-se:

$$l_{oi} = q_{ii} * l_i \qquad (21)$$
$$ld_{ii} = L - l_{oi} \qquad (22)$$

Se $ld_{ii} \leq l_i$ (23)
Então o item é considerado desperdício.

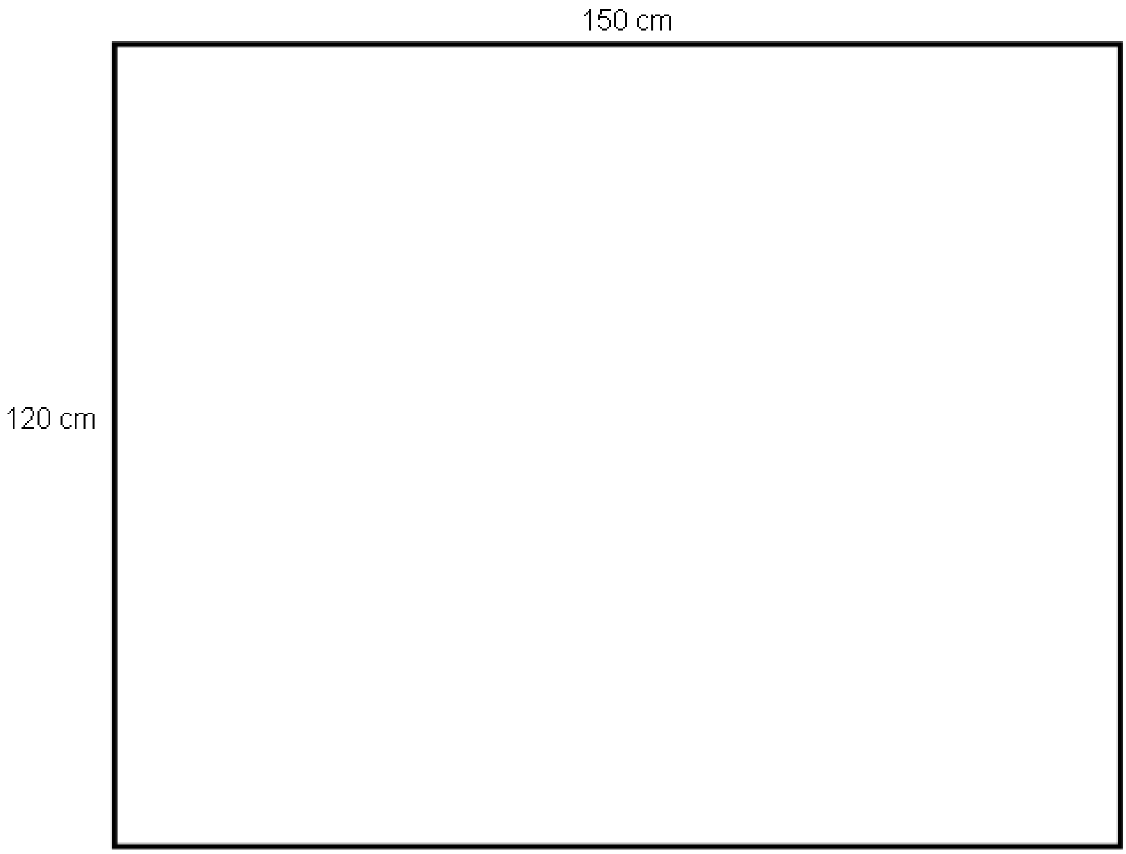
Se $ld_{ii} > l_i$ (24)
Então o item não é considerado desperdício.

6.2.1 Exemplo de resolução utilizando o modelo proposto

A “Empresa B” recebeu uma demanda de 25 soleiras para a obra de uma residência em construção. O cliente necessita de itens com tamanho fixo de 20 cm de comprimento e 15 cm de largura. As chapas do material solicitado e que passarão pelo processo de corte, possuem dimensões de 1,5 metros de comprimento e 1,2 metros de largura, como é ilustrado na Figura 12. A empresa realiza o processo de corte, onde é feito primeiramente o corte na horizontal e depois na vertical.

Considerando que a empresa precisa deste mesmo material para atender a demanda de outro cliente, porém que solicitou os itens com medidas diferentes, é necessário que haja o menor desperdício possível de materiais. Calcule a quantidade de itens considerados desperdício que são provenientes do processo de corte de forma a minimizar sua quantidade.

Figura 12: Demonstração das dimensões da chapa



Fonte: Pesquisa do autor

Q= 25

l_i= 20 cm

w_i= 15 cm

L = 150 cm

W = 120 cm

$Min \quad Qtd_i$

Para definir a quantidade de itens que podem ser alocados em uma faixa, calcula-se:

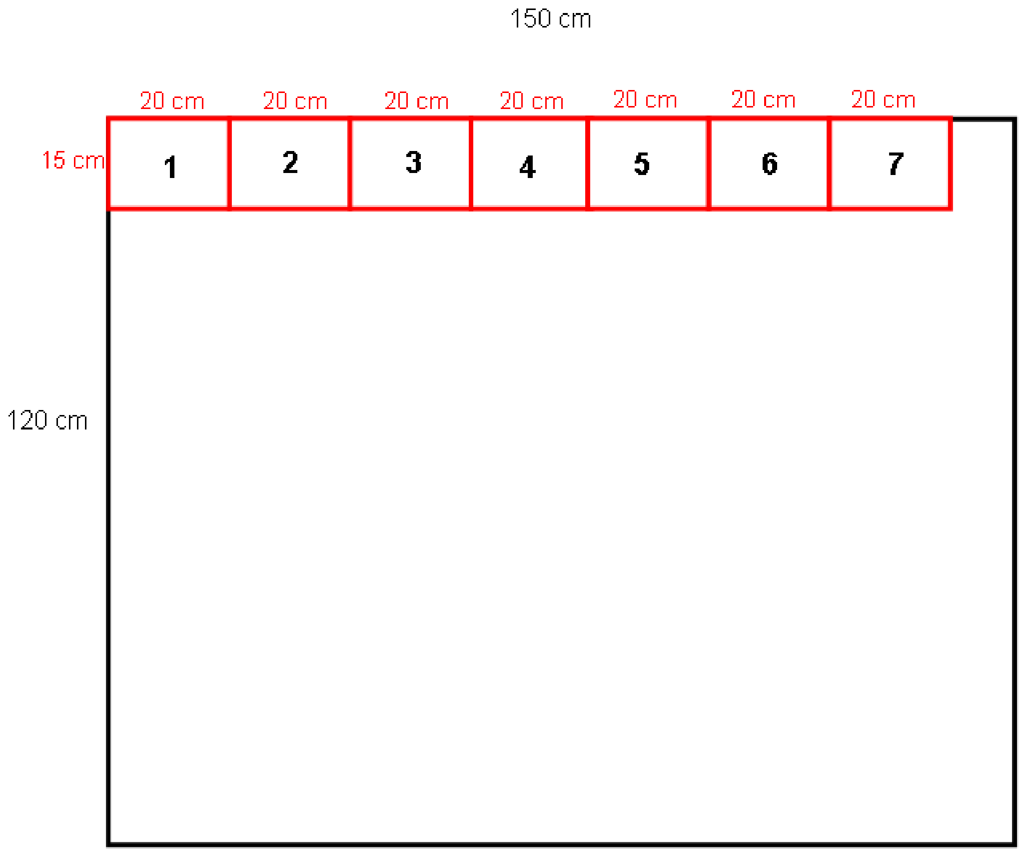
$q_i = L / l_i$

$q_i = 150 / 20$

$q_i = 7$

O resultado obtido com o cálculo acima é ilustrado na figura 13.

Figura 13: Itens alocados em uma faixa da chapa



Fonte: Pesquisa do Autor

A seguir define-se a quantidade de cortes na horizontal necessárias para atender a demanda do cliente.

$L_i = Q / q_i$

$L_i = 25 / 7$

$L_i = 3,5$

Como neste caso o L_i é igual a 3,5:

$n_i = 3$

Observe também que o L_i foi correspondente a um número decimal, dessa forma, para definir a quantidade de cortes necessárias para atender a demanda do cliente é preciso arredondar para o próximo número inteiro, sendo assim são necessários 4 cortes na horizontal para atender a demanda especificada pelo cliente.

n_i define a quantidade de faixas de pedra que são aproveitadas ao máximo para alocação de recursos, sendo assim:

$Qtd_i = n_i$ então $Qtd_i = 3$

Observe que são três faixas com objetos alocados de acordo com a capacidade máxima, então para cada faixa tem-se um item considerado sobra, é possível provar que o item é considerado desperdício através do seguinte cálculo:

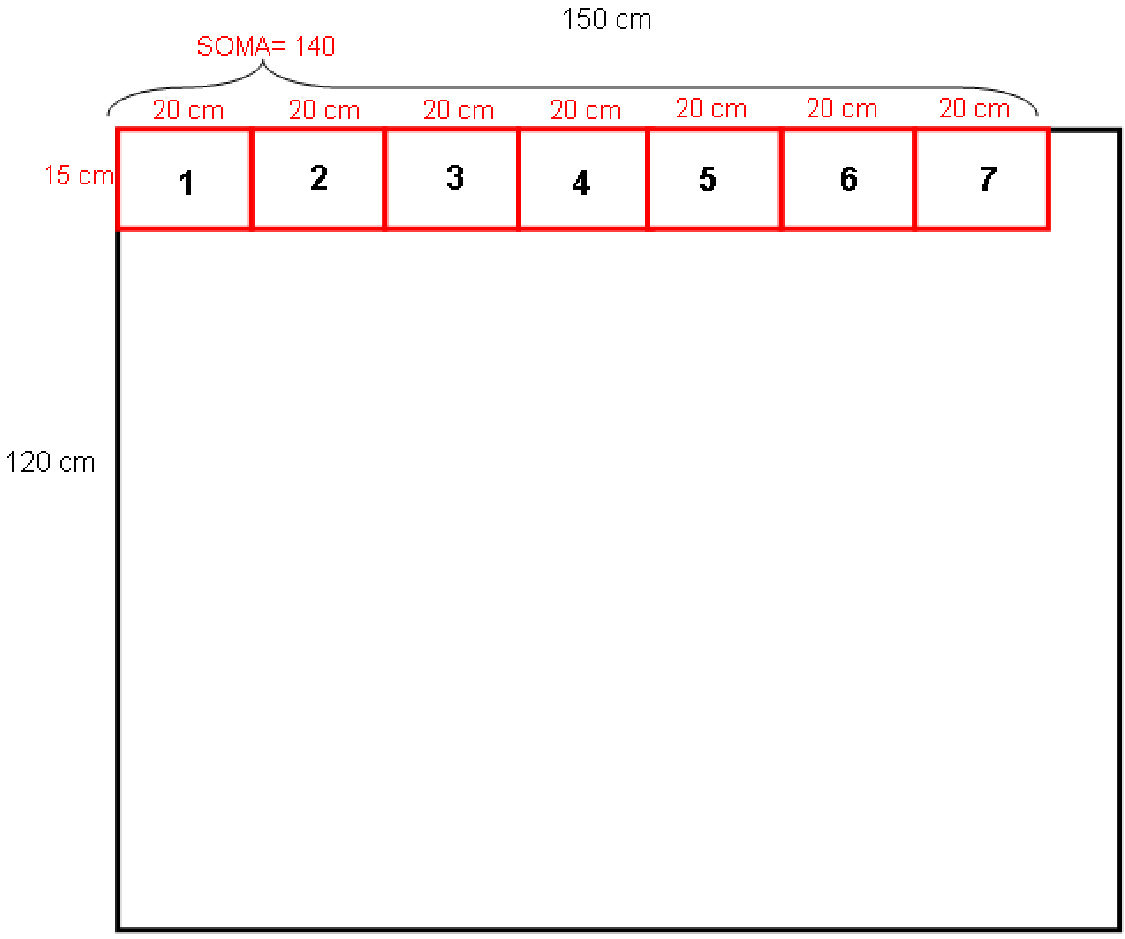
$l_o = q_i * l_i$

$l_o = 7 * 20$

$l_o = 140$

l_o corresponde a soma do comprimento ocupado pelos itens em uma faixa como demonstrado na Figura 14, cálculo este necessário para analisar e provar que o que resta da faixa é considerado desperdício.

Figura 14 : Soma do comprimento dos itens em uma faixa



Fonte: Pesquisa do Autor

$L - l_o = ld_i$

$ld_i = 150 – 140$

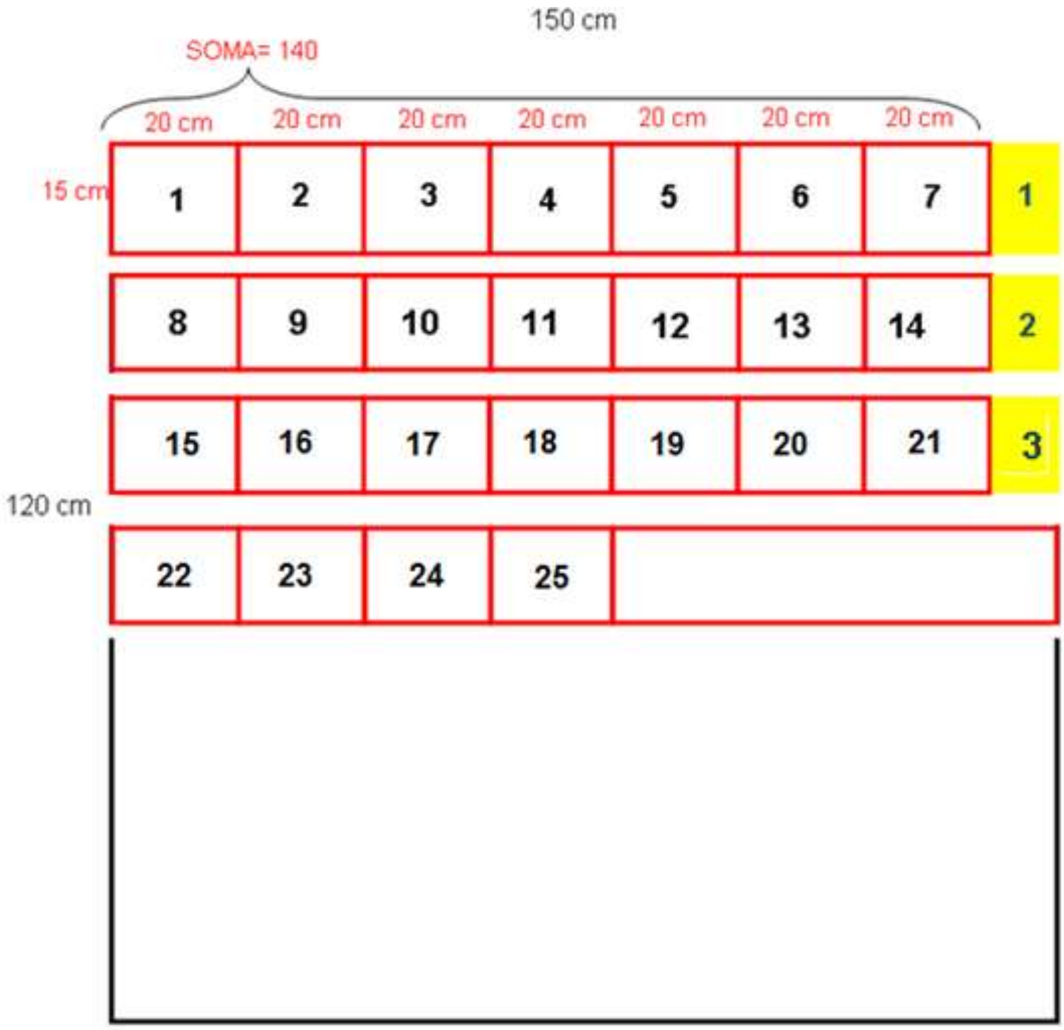
$ld_i = 10$ cm

Se $ld_i \leq l_i$

Então o item é considerado desperdício.

10 < 20 sendo assim, o restante da faixa é considerado desperdício, como representado na Figura 15, onde o que é considerado desperdício corresponde a área em amarelo. Como são três faixas com alocação máxima de recursos, tem-se 3 itens considerados desperdício.

Figura 15: Demonstração da sobra proveniente do corte



Fonte: Pesquisa do Autor

É preciso observar e testar se o número de faixas ocupadas em sua totalidade serão suficientes para atender a demanda do cliente, neste caso calcula-se:

$q_o = n_i * q_i$

$q_o = 3 * 7$

$q_o = 21$

Observe que q_o é menor que a quantidade de itens solicitada pelo cliente, sendo assim, é necessário calcular quantos itens ocupam a última área para verificar se o restante da faixa é considerado desperdício ou não, desta forma calcula-se:

$q_{ii} = Q - q_o$

$q_{ii} = 25 - 21$

q_{ii} = 4 itens que ocuparão a última faixa

$l_{oi} = q_{ii} * l_i$

$l_{oi} = 4 * 20$

$l_{oi} = 80$

$ld_{ii} = L - l_{oi}$

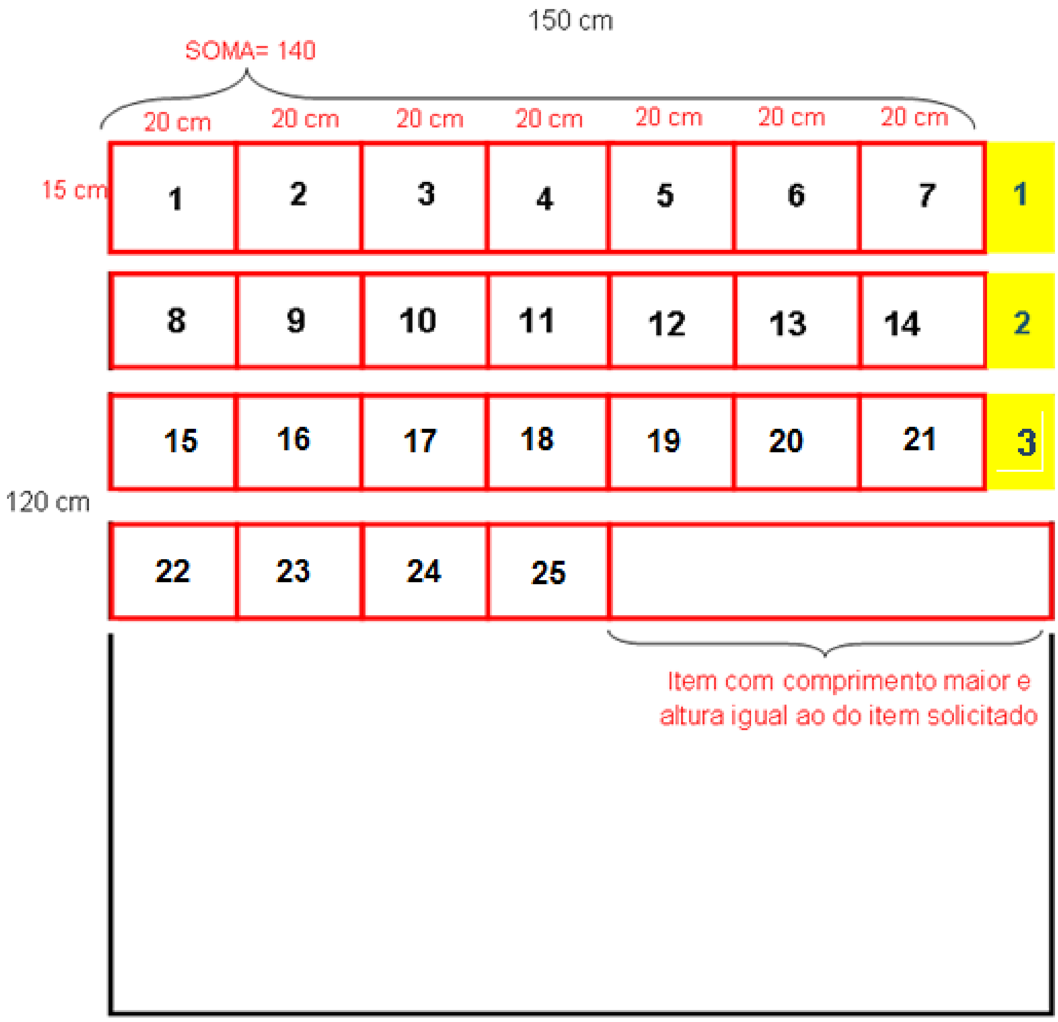
$ld_{ii} = 150 - 80$

$ld_{ii} = 70$

Se $ld_{ii} > l_i$, então não é considerado desperdício.

Neste caso 70 > 20, então não é considerado desperdício. Na Figura 16 é representado uma extensão da última faixa que não é considerada desperdício por possuir comprimento maior ou igual ao do item solicitado pelo cliente. É necessário observar que a faixa será cortada com a largura do item, por isto nesses casos a largura do item a ser analisado como possível sobra é sempre igual a do item solicitado pelo cliente.

Figura 16: Demonstração da área do item não considerado desperdício



Fonte: Pesquisa do Autor

O modelo resolvido acima é uma proposta de resolução apresentada com o intuito de comprovar a aplicabilidade da pesquisa operacional na resolução de problemas de corte bidimensional de menor amplitude, visando-se a minimização de desperdício. Para resolução de problemas de maior complexidade propõe-se a utilização de heurísticas, metaheurísticas, do método exato *Branch and Bound* e do modelo proposto por Temponi (2007), pois estes permitem a alocação de itens de tamanhos diferentes em uma mesma chapa, buscando sempre a solução ótima ou próxima a ela.

7 CONCLUSÃO

Neste trabalho realizou-se um estudo sobre o Problema de Corte Bidimensional, uma classe de problemas de otimização combinatória cujo objetivo consiste em combinar itens menores dentro de objetos maiores.

Devido a sua importância econômica os problemas de corte tornaram-se um tema relevante para a PO. São problemas que apresentam facilidade para serem representados através de modelos matemáticos, mas por causa de sua complexidade são difíceis de serem solucionados.

A escolha deste tipo de problema se justifica não só pela importância teórica que possui, como também por sua grande importância prática, importância esta comprovada através da observação do processo de corte realizado por empresas do ramo de mármore e granito da região de Vargem Alta. Estas empresas apresentam grande quantidade de sobras de materiais armazenadas em seus pátios, que são resultantes deste mesmo processo. Por este motivo, o foco do trabalho foi na resolução deste tipo de problema no setor de rochas ornamentais, visando reduzir o desperdício no corte das chapas de pedra.

Este trabalho permitiu comprovar a possibilidade de resolução dos problemas de corte por meio da pesquisa operacional e da modelagem matemática. Contudo, embora seja possível utilizar modelos matemáticos para resolver o problema e encontrar a solução ótima para o mesmo, o tempo de resolução pode ser muito superior ao tempo utilizado pelos métodos heurísticos.

A resolução de problemas de otimização através de métodos heurísticos não garante encontrar uma solução ótima, porém estes são capazes de retornar uma solução satisfatória em um tempo adequado, tendo em vista as necessidades da aplicação e a complexidade do problema em questão.

O modelo matemático proposto no estudo de caso alcançou o resultado desejado, que corresponde ao fato de apresentar e comprovar a possibilidade de resolução de problemas de corte de amplitude menor, que visem à minimização de desperdício quando solicitado por um cliente uma quantidade de itens com largura e comprimento pré-determinados, é necessário destacar que neste caso, todos os itens que compõem a demanda solicitada possuem mesmo comprimento e largura.

Em casos em que a demanda solicitada pelo cliente possuir itens de tamanho diferentes, ou seja, com larguras e comprimento diversos, onde se faz necessário alocar e realocar estes itens em uma mesma chapa, sendo por esse motivo de grande complexidade para serem solucionados. Propõe-se a utilização de métodos de resolução como o *Branch and Bound,* capaz de encontrar a solução ótima, o modelo proposto por Temponi (2007), que busca a melhor solução e o uso de heurísticas e metaheurísticas que são métodos aproximativos capazes de encontrar uma solução sub-ótima para o problema.

7.1 Trabalhos Futuros

Propõe-se a implementação de um algoritmo que solucione o problema do desperdício no corte de chapas de pedra no setor de rochas ornamentais.

Por último, ressalta-se que o modelo proposto neste trabalho visa demonstrar a aplicação da pesquisa operacional, com base neste, podem ser feitas melhorias com o objetivo de desenvolver outros modelos que resolvam o problema em uma amplitude maior, como por exemplo, a alocação de itens de tamanhos variados em uma mesma chapa atendendo a demandas de clientes diferentes.

8 REFERÊNCIAS

ABIROCHAS – Associação Brasileira da Indústria de Rochas Ornamentais. **O Setor de Rochas Ornamentais e de Revestimento Situação Atual, Demandas e Perspectivas Frente ao Novo Marco Regulatório da Mineração Brasileira.** São Paulo: Informe 06/2013, 17p. Disponível em: <http://www.ivolution.com.br/Mais/fotos/6/17/1234/Informe_06_2013.pdf>. Acesso em: 15 de abr. 2014.

ABIROCHAS – Associação Brasileira da Indústria de Rochas Ornamentais. **APEX e ABIROCHAS: Uma Parceria de Sucesso**. São Paulo - SP, Informe 07/2013, 11p.. Disponível em: < http://www.ivolution.com.br/mais/fotos/6/17/1235/Informe_07_2013.pdf >.Acesso em : 20 abr. 2014.

ABIROCHAS – Associação Brasileira da Indústria de Rochas Ornamentais. **O Desempenho do Mercado Internacional de Rochas Ornamentais em 2012: Principais Produtores, Exportadores e Importadores.** São Paulo - SP, Informe 18/2013, 7p. Disponível em: < http://www.ivolution.com.br/mais/fotos/6/17/3026/Informe_18_2013.pdf>. Acesso em: 01 maio 2014.

ABIROCHAS – Associação Brasileira da Indústria de Rochas Ornamentais. **Balanço das Exportações e Importações Brasileiras de Rochas Ornamentais em 2013.** São Paulo – SP, Informe 01/2014, 7p. Disponível em: < http://www.ivolution.com.br/mais/fotos/6/17/3050/Informe_01_2014.pdf>. Acesso em: 01 maio 2014.

ALENCAR, Carlos Rubens Araújo. **Manual de Caracterização, Aplicação, Uso e Manutenção das Principais Rochas Comerciais no Espírito Santo: Rochas Ornamentais.** Instituto Euvaldo Lodi - Regional do Espírito Santo. Cachoeiro de Itapemirim/ES, 2013. 242 p.

ARENALES, Marcos; ARMENTANO, Vinícius; MARABOTI, Reinaldo; YANASSE, Horacio. **Pesquisa Operacional**. 6 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007. 524 p.

ARROYO, José Elias Claudio. **Heuríscas e metaheurísticas para otimização combinatória multiobjetivo.** Tese, Universidade Estadual de Campinas (Faculdade de Engenharia Eleétrica e de Computação Departamento de Engenharia de Sistemas), Campinas - SP, 2002.Disponível em: < http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000256530> Acesso em: 19 set. 2014.

BEASLEY, J. E. **An exact two-dimensional non-guillotine cutting tree search procedure.** Operational Research, Catonsville, v. 33, n.1, p. 49-64, 1985.

BEASLEY, J. E. **A population heuristic for constrained two-dimensional non-guillotine cutting**. European Journal of Operational Research, London, v. 156, n. 3, p. 601-627, 2004.

BIANCO, Cliceres Mack da; SILVA, Alexandre Dias da. **Problema de corte bidimensional guilhotinado – Uma abordagem através de ferramentas CAD e heurísticas de posicionamento.** In: XXX ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO.São Carlos - SP, 2010. Disponível em:

<http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2010_tn_stp_113_745_16570.pdf>. Acesso em: 26 set. 2014.

BLUM, Chistian.; ROLI, Andrea. **Metaheuristics in combinatorial optimization: overview and conceptual comparison**. ACM Computing Surveys, p.3.

Cachoeiro Stone Fair comemora 25 anos com homenagem a empresas e entidades. Cachoeiro de Itapemirim STONE FAIR 2013. Disponível em: <http://www.cachoeirostonefair.com.br/site/2013/pt/destaque/629/cachoeiro+stone+fair+comemora+25+anos+com+homenagem+a+empresas+e+entidades>. Acesso em: 02 maio 2014.

CAPRARA, A.; MONACI, M. **On the two dimensional knapsack problem**. Operations Research Letters, Amsterdam, v. 32, n.1, p. 5-14, 2004.

CASTRO, N.F et al. **Impacto do APL de Rochas Ornamentais do Espírito Santo nas comunidades**. Publicação no livro APL's- Recursos Minerais Sustentabilidade Territorial -v. II, 2011.Rio de Janeiro, Dezembro de 2012.

CHAZELLE, B. The **bottom-left bin packing heuristic: an efficient implementation**. IEEE Transactions on Computers, Sydney, v. 32, n. 8, p. 697-707, 1983.

COGO, A.P. e FURTADO, J.C., **Otimização Do Problema De Corte Unidimensional Na Indústria Usando Algoritmos Genéticos**. Trabalho Final de Graduação do Curso Superior de Sistemas de Informação do Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2001. Disponível em: < http://www 2.ic.uff.br/~jsilva /geneticos_empacotamento.pdf>. Acesso em 16 set. 2014.

CUI, Y. et al. **A recursive branch-and-bound algorithm for the rectangular guillotine strip packing problem**. Computers and Operations Research, Chicago, v. 35, n. 4, p. 1281-1291, 2008.

DIAS, Carlos Roberto Casteglione. **Benefícios gerados pelo setor de rochas minerais no município de Cachoeiro de Itapemirim.** Cachoeiro de Itapemirim., 2013. 36 slides. Abril 2013.Disponível em:< https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CC0QFjAA&url=http%3A%2F%2Fdialogosdamineracao.files.wordpress.com%2F2013%2F05%2Fcarloscasteglione.pptx&ei=W8xnU5yRAcvnsASMrID4Ag&usg=AFQjCNHe20OI_FRGeYYUHkTbX78GzXkqeg&sig2=tML_4ASNC64wafb7Dq9yAQ&bvm=bv.65788261,d.cWc>. Acesso em: 01 Maio 2014.

DYCKHOFF, H. A typology of cutting and packing problems. **European Journal of Operational Research**, London, v. 44, n. 2, p. 145-159, 1990.

FARIA, Anderson Oliveira. **Otimização do Problema de Corte e Empacotamento Unidimensional Utilizando Algoritmo Genético.** Monografia (Especialização) - Curso de Ciência da Computação, Universidade Federal de Lavras, Lavras - Mg, 2006, p.9.

FEKETE, S. P.; SCHEPERS, J. **On more-dimensional packing III: exact algorithms**. Germany: University of Köln, 1997.

FREITAS, Ubiraci dos Reis. **Catálogo de Rochas Ornamentais do Estado do Tocantins.** Palmas: Companhia de Mineração do Tocantins (Mineratins), novembro de 2008, 46p.

GARCIA, Solange. Decisão sobre mix de produtos financeiros: o caso da agência estrela. **Caderno de Estudos,** São Paulo, FIPECAFI, n°20 - Janeiro a Abril de 1999. Disponível em: < http://www.scielo.br/pdf/cest/n20/n20a05.pdf >. Acesso em: 17 ago. 2014.

GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. **Computers and Intractability**: a guide to the theory of NP-completeness. San Francisco: W. H. Freeman, 1979.

GILMORE, P.; GOMORY, R. **A linear programming approach to the cutting stock pro-blem**. Operations Research, Catonsville, v. 9, n. 6, p.849-859, 1961.

GOLDBARG, Marco Cesar; LUNA, Henrique Pacca L.. **Otimização Combinatória e Programação Linear.** 5. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2000.

HERRERA, Bruno Avila Leal de Meirelles. **Combinação de enxame de partículas com inspiração quântica e método lin-kernighan-helsgaun aplicada ao problema do caixeiro viajante.** Dissertação – Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas.Curitiba, 2007. 97p. Disponível em: < http://www.produtronica.pucpr.br/sip/conteudo/dissertacoes/pdf/BrunoHerrera.pdf>. Acesso em: 26 set. 2014.

LACHTERMACHER, Gerson. **Pesquisa operacional na tomada de decisões:** modelagem em excel. 3. ed. Rio de Janeiro: Campus Ltda., 2007.

LAI, K. K.; CHAN, J. W. M. Developing a simulated annealing algorithm for the cutting stock problem. **Computers and Industrial Engineering**, Philadelphia, v. 32, n. 1, p. 115-127, 1997.

LEUNG, C. H.; ZHANG, D.; SIM, K. M. **A two-stage intelligent search algorithm for the two-dimensional strip packing problem**. European Journal of Operational Research Society, London, v. 215, n. 1, p. 57 - 69, 2011.

LISBOA, Erico Fagundes Anicet. **Pesquisa operacional.** Rio de Janeiro, 2002. (Apostila). Disponível em: <http://www.ericolisboa.eng.br>. Acesso em: 14 Agosto de 2014.

LODI, A.; MARTELLO, S.; MONACI, M. Two-dimensional packing problems: A survey. **European Journal of Operational Research**, London, v. 141, n. 2, p. 241-252, 2002.

LODI, A.; MARTELLO, S.; VIGO, D. Models and bounds for two-dimensional level packing problems. **Journal of Combinatorial Optimization**, Amsterdam, v. 8, n. 1, p. 363-379, 2004.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Editora Atlas, 1992. 4ª ed. p.43 e 44.

MARINS, Fernando Augusto Silva. **Introdução à Pesquisa Operacional**. Cultura Acadêmica: Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2011, 176p.

MARTELLO, S.; MONACI, M.; VIGO, D. An exact approach to the strip-packing problem.**INFORMS Journal on Computing**, California, v. 15, n. 3, p. 310-319, 2003.

MASSARU, D.K., Estudo sobre o efeito da utilização de padrões tabuleiros na produtividade do equipamento de cortes, FAPESP, 2001. Disponível em: http://mtc-m05.sid.inpe.br/col/dpi.inpe.br/lise/2003/01.16.09.05/doc/homepage.pdf. Acesso em: 20 abr. 2014.

MAURI, Geraldo Regis. **Novas abordagens para representação e obtenção de limitantes e soluções para alguns problemas de otimização combinatória.** 2008. 239 f. Tese (Doutorado) - Curso de Computação, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - Inpe, São José dos Campos, 2008. Disponível em: <http://www.lac.inpe.br/~lorena/mauri/tese_mauri.pdf>. Acesso em: 19 set. 2014.

MOREIRA, Daniel Augusto. **Pesquisa operacional:** curso introdutório. 2 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2010. 356 p.

MUNIZ JUNIOR, Jorge et al. **Adminstração da produção**. Curitiba : IESDE Brasil S.A, 2012. 320 p.

QUALHANO, Miguel Ângelo Lima. **O arranjo produtivo local do setor de rochas ornamentais no Município de Cachoeiro de Itapemirim** – ES. 2005. 113 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Cândido Mendes, Campos Dos Goytacazes – RJ, 2005.

REDEROCHAS**. Plano DE Desenvolvimento de APL de Rochas Ornamentais de Cachoeiro De Itapemirim. Programa para desenvolvimento em rede do setor de rochas ornamentais do Espírito Santo. Cachoeiro de Itapemirim, v.2, 15 de fevereiro 2007.** Disponível em: **<** http://www.mdic.gov.br/arquivos/dwnl_124828 7655.pdf**>.** Acesso em: 02 maio 2014.

Revista Rochas de Qualidade. **O mármore e o granito na história**. São Paulo. Disponível em: < http://www.revistarochas.com.br/noticia/Artigos/o-marmore-e-o-granito-na-historia->. Acesso em 26 abr. 2014.

SCHEITHAUER, G.; TERNO, J. **Modeling of packing problems**. Optimization, Halle, v. 28, n. 1, 1993.

SEDES. Rochas Ornamentais. Secretaria **de Estadado de Desenvolvimento.** Disponível em: < http://www.sedes.es.gov.br/index.php/setores-produtivos/rochas-ornamentais>. Acesso em 09 mar. 2014.

SEPÚLVEDA, Gloria Patricia López. **Solução do problema de corte bidimensional de peças retângulares não-guilhotinado usando simulated annealing.** Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual Paulista "julio de Mesquita Filho", Ilha Solteira, 2013.

SINDIROCHAS. Mármore Capixaba 50 anos de prestígio. Disponível em: <http://www.sindirochas.com.br/hist_setor_rochas.html>.Acesso em: 02 Maio 2014.

SOBRAPO (Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional). Pesquisa operacional. Rio de Janeiro, s.d. Disponível em:<http://www.sobrapo.org.br/o_que_e_po.php>. Acesso em: 13 ago. 2014.

SPÍNOLA, Vera. **Potencial Exportador e Política Pública para uma Evolução Virtuosa: a Indústria de Rochas Ornamentais da Bahia**. Dissertação. (Mestrado em Economia). Universidade Federal da Bahia – UFBA, Salvador, 2002, 179 p.

TARANTE, Thiego. **Pesquisa Operacional, nas decisões de planejamento na indústria de peças automotivas**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Anhembi Morumbi, São Paulo, 2010.

TEMPONI, Elias Carlos Correa. **Uma proposta de resolução do problema de corte bidimensional via abordagem metaheurística.** Dissertação (Mestrado) - Curso de Curso de Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais CEFET/MG., Belo Horizonte, 2007, 100 f.

TSAI, R. D; MALSTROM, E. M.; MEEKS, H. D. **A two dimensional palletizing procedure for warehouse loading operations**. IIE Transactions, Tempe, v. 20, n. 4, p.418-425, 1988.

VIEIRA, Sônia. **Estatística para a Qualidade**. 1. ed. Rio de Janeiro: Campus, 1999, 198 p.

VITÓRIA STONE FAIR. O Setor: Brasil. **Vitória Stone Fair 2014**. Disponível em: <http://www.vitoriastonefair.com.br/site/2014/pt/setor>. Acesso em: 02 maio 2014.