

# APLICAÇÃO DA PESQUISA OPERACIONAL NA REDUÇÃO DE CUSTOS DE UMA INDÚSTRIA CIMENTEIRA

Dário Demian Esperidião <sup>1</sup>  
Felipe Lopes Vezzoni <sup>2</sup>  
Valderedo Sedano Fontana <sup>3</sup>

## RESUMO

De acordo com a Associação Brasileira de Cimento Portland (ABCP), o cimento é o segundo material mais consumido pela humanidade, superado apenas pela água. E ainda, o investimento requerido para a posta em marcha de uma planta cimenteira é muito elevado, e sem dúvida, o retorno deste investimento é muito longo. Devido a grande importância da produção de cimento e seus processos, este trabalho teve como objetivo a criação de uma planilha que auxilie os dirigentes das indústrias cimenteiras através da programação matemática na formação de um modelo que visa à maximização do resultado da indústria. Esta planilha foi elaborada no Microsoft Excel que possui como suplemento a ferramenta Solver e que emprega o mecanismo LP Simplex que é utilizado para a solução de problemas de programação linear. Nesta planilha devem ser inseridas as restrições de utilização e de produção de uma indústria cimenteira e ainda as características de cada tipo de cimento produzido. A fim de testar os cálculos e resultados apresentados pela planilha, a mesma foi alimentada com dados de uma cimenteira. Diante do estudo, teve-se como resultado do problema simulado, o melhor mix de produção que maximize a lucratividade da referida empresa, e ainda respeitando todas as restrições do problema. Sendo assim, para empresas que buscam lucratividade e assertividade em suas decisões e ainda um planejamento de produção otimizado, a programação linear é uma ferramenta que deverá ser utilizada.

Palavras-Chave: Cimento; Pesquisa Operacional; Programação Matemática; Maximizar Resultados.

## ABSTRACT

## 1. INTRODUÇÃO

A versatilidade do cimento produzido no Brasil é muito grande, e de acordo com a Associação Brasileira de Cimento Portland o mercado nacional dispõe de 8 opções de cimento, que atendem com igual desempenho aos mais variados tipos de obras. Os tipos de cimento são diferenciados pela proporção de clínquer e sulfatos de cálcio, material carbonático e de adições, tais como escórias, pozolanas e calcário. Na forma de concreto, é o segundo material mais consumido pela humanidade, superado apenas pela água (ABCP, 2009).

---

<sup>1</sup> Dário Demian Esperidião é graduando em Engenharia de Produção da Faculdade Multivix Cachoeiro de Itapemirim.

<sup>2</sup> Felipe Lopes Vezzoni é graduando em Engenharia de Produção da Faculdade Multivix Cachoeiro de Itapemirim.

<sup>3</sup> Valderedo Sedano Fontana (Professor Faculdade Multivix Cachoeiro de Itapemirim)

A Programação Matemática, um campo de estudo da Pesquisa Operacional (PO), e que de acordo com a ABEPRO (2008), é uma subárea do conhecimento relacionada a engenharia de produção, busca solucionar problemas de decisão e para isso procuram representar o problema real por meio de modelos matemáticos. São definidas variáveis e estabelecidas relações matemáticas entre essas variáveis, a fim de descrever o comportamento do sistema. O modelo matemático é resolvido, e o passo seguinte é a validação do modelo, ou seja, verificar se as soluções obtidas pela resolução do modelo matemático para diversas situações alternativas são compatíveis com a realidade. A solução do modelo apoia no processo de tomada de decisão, mas outros fatores pouco tangíveis e não quantificáveis, devem ser levados em consideração para a decisão final. E ainda, convém salientar, que modelos não substituem tomadores de decisões (ARENALES et al, 2007).

De acordo com Moreira (2010) a PO é o campo de estudos onde são aplicados métodos analíticos para ajudar os executivos a tomar melhores decisões. Assim, o processo de fabricação do cimento é complexo e envolve um fluxo muito grande de materiais, desde a extração do calcário e argila na jazida até a expedição do cimento.

São inúmeras as atividades a serem realizadas, e que possuem as suas particularidades e que englobam a fabricação de produtos que serão utilizados posteriormente na fabricação de cimento, que citamos o clínquer como exemplo, assim como também a compra de matérias primas que são utilizadas sem passar por processos de transformação para que possam ser utilizados na fabricação do cimento.

Devido ao grande volume de cimento produzido e amplo mercado consumidor, e ainda, aliado à complexidade do seu processo produtivo, é de suma importância o gerenciamento e redução dos custos referentes à sua produção.

Nesta contextualização, ressalta-se a importância das indústrias de desenvolver ferramentas que as auxiliem na tomada de decisão na busca de maximizar resultados e minimizar custos.

A estrutura deste artigo consiste em seis capítulos, conforme detalhamento a seguir:

- Introdução - onde serão tratados a problemática, as justificativas, os objetivos da escolha do referido tema e a estrutura do artigo;
- Fundamentação Teórica – abordará primeiramente a indústria cimenteira no Brasil, com seu histórico, áreas de atuação e tipos de cimento e em seguida tratará de PO e suas terminologias utilizadas;
- Metodologia e Análise do Problema - onde será explicada a metodologia utilizada na confecção deste artigo, com a definição e dados do problema incluindo sua modelagem, resolução e uma sucinta explicação sobre as iterações do solver;
- Resultados Obtidos – análise do resultado apresentado;
- Considerações Finais - será discutida a solução proposta para o problema analisado, bem como, as vantagens com a utilização da PO;
- Referencial Bibliográfico - informará as referências utilizadas para a confecção deste trabalho.

Com base na estrutura apresentada acima, este trabalho tem como objetivo a criação de um modelo utilizando a programação matemática, especificamente o algoritmo Simplex, que é uma subárea da PO, onde seja possível à realização do cálculo da programação da produção de cimento, levando-se em consideração o objetivo de maximizar o lucro total neste determinado período.

## **2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

### **2.1. HISTÓRIA DO CIMENTO**

De acordo com Battagin (ABCP, acesso em 13 mai. 2015), a palavra CIMENTO é originada do latim CAEMENTU, que designava na velha Roma espécie de pedra natural de rochedos e não esquadrejada. A origem do cimento remonta há cerca de 4.500 anos. Diversos monumentos do Egito antigo já utilizavam uma liga constituída por uma mistura de gesso calcinado. Obras gregas e romanas, como o Panteão e o Coliseu, foram construídas com o uso de solos de origem vulcânica da ilha grega de Santorino ou das proximidades da cidade italiana de Pozzuoli, que possuíam propriedades de endurecimento sob a ação da água.

O inglês John Smeaton, em 1756 conseguiu por meio de calcinação de calcários moles e argilosos um produto de alta resistência. Em 1818, o francês Vicat foi considerado o inventor do cimento artificial, uma vez que conseguiu obter resultados semelhantes ao de John Smeaton utilizando uma mistura de componentes argilosos e calcários.

Em 1824, o construtor inglês Joseph Aspdin, que realizou a queima de pedras calcárias e argila e as transformou em um pó fino que não dissolvia em água e que após secar tornava-se tão dura quanto às rochas que eram empregadas nas construções da época, patenteou este pó fino como Cimento Portland, e recebeu esse nome por apresentar cor e propriedades de durabilidade e solidez semelhantes às rochas da ilha britânica de Portland.

#### **2.1.1. PRODUÇÃO DO CIMENTO NO BRASIL**

De acordo com o Press Kit de 2013 do Sindicato Nacional da Indústria do Cimento (SNIC, 2013), o cimento é um produto muito importante e que está presente em todas as obras, das mais simples as mais elaboradas, e sua produção é mais complexa do que parece a princípio.

Segundo dados do SNIC (2013, p. 5), “No Brasil, em 2011, operavam 81 fábricas, pertencentes a 15 grupos industriais nacionais e estrangeiros. Com capacidade instalada da ordem de 78 milhões t/ano, o parque industrial está plenamente capacitado para atender à demanda interna”.

O Quadro 1 a seguir demonstra a disposição das indústrias cimenteiras no território nacional em 2015

Grupos	Marcas	Nº Plantas	UF Plantas
VOTORANTIM	VOTORAN , POTY, ITAU, TOCANTINS, RIBEIRÃO	26	CE-DF-MA-MG-MS-MT-PA-PR-RJ-RO-RS-SE-SP-TO
INTERCEMENT	CAUÊ e CIMPOR	15	AL-BA-GO-MG-MS-PB-PE-RS-SP
NASSAU	NASSAU	11	AM-BA-CE-ES-MA-PA-PE-PI-RN-SE
LAFARGE	LAFARGE, CAMPEÃO, MONTES CLAROS E MAUÁ	9	BA-MG-GO-PB-RJ
HOLCIM	HOLCIM	5	ES-MG-RJ-SP
MIZU	MIZU	5	AM-ES-RJ-RN-SE-SP
CSN	CSN	3	MG e RJ
TUPI	TUPI	3	MG-RJ-SP
Ivens Dias Branco	APODI	2	CE
Ricardo Brenannd	NACIONAL	2	MG e PB
SECIL	SUPREMO	2	PR E SC
CVB (Masaveu e Ferroeste)	AÇAI	1	MA
Queiroz Galvão e Cornélio Brennannd	BRAVO	1	MA
CIPLAN	CIPLAN	1	DF
ELIZABETH	ELIZABETH	1	PB
Cimento ITAMBÉ	ITAMBÉ	1	PR
ICIBRA	ITAQUI e LAFARGE	1	MA
LIZ	LIZ	1	MG
Grupo Petribú	PAJEÚ	1	PE
POZOSUL	POZOSUL	1	SC
Mineradora Carmocal	UAU	1	MG
<b>21 Grupos cimenteiros</b>	<b>93 plantas em produção</b>		<b>Em 24 UF's</b>

Quadro 1: Disposição das Indústrias Cimenteiros no Território Nacional.

Fonte: **PLANTAS** cimenteiros por grupo no Brasil – 2015. Brasília:< <http://cimento.org/cimento-no-brasil/> > (acesso em 13 mai. 2015).

De acordo com o Press Kit 2013 do SNIC (acesso em 13 mai. 2015), o cimento é uma commodity de baixa substitutibilidade. E está presente em todo tipo de construção, da mais simples moradia até a mais complexa obra de infraestrutura, do início ao acabamento final. O cimento é o componente básico do concreto, que é o material mais consumido no mundo depois da água. É um produto homogêneo, com variedade limitada de tipos e com especificações e processos de fabricação semelhantes em todo o mundo.

### 2.1.2. PROCESSO DE FABRICAÇÃO DO CIMENTO

A extração do calcário, que é a principal matéria prima para a fabricação do cimento, ocorre na jazida, que pode ser a céu aberto ou subterrânea. Nesta etapa utiliza-se de explosivos para o desmonte da rocha, e a outra matéria prima extraída nesta etapa é a argila.

Após a extração do calcário, o mesmo é transportado por caminhões ou cintas transportadoras até o equipamento de britagem, nesta fase, o calcário é reduzido a dimensões adequadas ao processamento industrial.

Na etapa seguinte ocorre o armazenamento do calcário e da argila em suas respectivas baias, sendo estas, equipadas com um misturador a fim de tornar o material mais homogêneo possível. Nesta etapa ainda é necessária a realização de vários ensaios para identificar as características químicas de cada material.

Após a identificação dos compostos do material, é retirado através da balança dosadora conforme as necessidades composicionais necessárias para o processo de fabricação da etapa seguinte, atingindo as características necessárias, o material é enviado ao moinho de cru.

No moinho de cru o material é triturado até alcançar a granulometria adequada a cada necessidade, sendo esse pó chamado de farinha crua. Essa farinha é enviada para os silos de homogeneização, que tem a função de garantir a homogeneização dos elementos formadores do clínquer.

Dos silos a farinha é encaminhada ao forno, passando antes pelo processo de pré-aquecimento, que aproveita os gases que vem do forno promovendo o aquecimento inicial da farinha. No forno a farinha é aquecida até  $1450^{\circ}$  sofrendo o processo de calcinação, após esta etapa, o material é resfriado a aproximadamente  $80^{\circ}$  dando origem assim ao clínquer, nessa etapa ocorre as principais reações químicas do cimento e diretamente responsável pela sua resistência mecânica, hidratação, pega, entre outras características.

O clínquer é enviado para áreas de armazenamento aguardando até a próxima etapa de produção. Para a próxima etapa de produção são necessários outros materiais, esses chamados de adições. Dependendo da combinação de compostos ou adições acrescidas ao clínquer, é que se dará origem a um determinado tipo de cimento, podemos citar com exemplo de adições gesso, escória de alto forno e o próprio calcário.

Conhecido o tipo de cimento que se deseja produzir, as adições e o clínquer são dosados no moinho de cimento, o qual, após sua moagem, dá origem ao cimento assim como o conhecemos.

O mesmo é enviado para os silos de cimento onde é estocado, nessa parte também ocorre os ensaios de laboratório que aferem a qualidade do cimento e libera para a expedição, onde é comercializado de duas maneiras, a granel ou em sacos de 50kg.

### **2.1.3. COMPOSIÇÃO DO CIMENTO PORTLAND**

De acordo com o Boletim Técnico da ABCP (BT-106) de nome Guia Básico de Utilização do Cimento Portland, estudando a composição do cimento, é uma das melhores maneiras de se conhecer as propriedades e características de cada tipo de cimento.

De acordo com ABCP (2002) em seu Boletim Técnico (BT-106), o cimento portland é composto de clínquer e de adições, sendo o clínquer o principal componente e que está presente em todos os tipos de cimento portland, e o que define os diferentes tipos de cimento são as adições, podendo estas variar em cada tipo de cimento.

### **2.1.3.1 CLÍNQUER**

Conforme informado pela ABCP (2002) em seu Boletim Técnico (BT-106), as matérias primas principais para a fabricação do clínquer são o calcário e a argila. Estas duas matérias primas após passarem pelos processos descritos anteriormente, até a fase de clinquerização, são transformadas em um novo material, o clínquer produzido.

Este clínquer em presença de água tem a característica de desenvolver uma reação química, onde se torna pastoso e posteriormente endurece, adquirindo assim elevada resistência e durabilidade. Esta peculiaridade do clínquer, que o torna um ligante hidráulico muito resistente, é a sua mais importante propriedade.

### **2.1.3.2 ADIÇÕES**

De acordo com a ABCP (2002), as adições são as demais matérias primas que são adicionadas ao clínquer na fase da moagem, e com isso permitem a fabricação das diversas variedades de cimento portland disponíveis atualmente no mercado.

#### **2.1.3.2.1 GESSOS**

A ABCP (2002) informa que a adição de gesso está diretamente ligada a função básica de controlar o tempo de pega, ou seja, o início do endurecimento do clínquer moído após ser misturado a água.

O boletim cita ainda, que o gesso é uma adição presente em todos os tipos de cimento portland, uma vez que o clínquer depois de moído e em contato com a água endureceria quase que instantaneamente, e seria inviável o seu uso em obras.

#### **2.1.3.2.2 ESCÓRIAS DE ALTO FORNO**

De acordo com a ABCP (2002) durante a produção de ferro gusa nas indústrias siderúrgicas, se obtém a escória de alto forno, as quais se assemelham a grãos de areia. Após a descoberta de que reagem em presença de água e desenvolvem características aglomerantes muito semelhantes as do clínquer, viabilizou a sua utilização, desde que guardadas certas proporções. Com isso, se obteve um cimento que atende plenamente aos usos mais comuns, e ainda apresenta melhorias em algumas propriedades, como maior resistência final e durabilidade.

#### **2.1.3.2.3 MATERIAIS POZOLÂNICOS**

A ABCP (2002) informa que são rochas vulcânicas ou matéria orgânica fossilizada encontrada na natureza, ou alguns tipos de argilas queimadas em elevadas temperaturas, em torno de 550°C a 900°C.

E ainda, que após pesquisas, chegou-se a conclusão de que os materiais pozolânicos quando estão em forma de partículas muito finas, passam a apresentar propriedades de ligante hidráulico, de forma distinta, uma vez que precisam de outro material, e o clínquer é justamente um desses materiais, uma vez que em seu

processo de hidratação libera hidróxido de cálcio, o qual reage com a pozolanas. E o cimento proveniente desta adição oferece a vantagem de conferir uma maior impermeabilidade.

### 2.1.3.2.4 MATERIAIS CARBONÁTICOS

O Boletim da ABCP (2002) descreve que são rochas que apresentam o carbonato de cálcio em sua constituição, tais como o próprio calcário. Esta adição torna os concretos e as argamassas mais trabalháveis, uma vez que seus grãos após moagem têm dimensões adequadas para se alojar entre as partículas dos demais componentes do cimento.

De acordo com o exposto sobre as adições do cimento portland, fica explícito que das adições, a que não pode deixar de existir é o gesso, e que as demais adições são compatíveis com o clínquer, que é o principal componente do cimento portland, e ainda conferem ao cimento pelo menos uma qualidade a mais.

### 2.1.4 TIPOS DE CIMENTOS

#### 2.1.4.1. CIMENTO PORTLAND COMUM E COMPOSTOS

A ABCP (2002) informa que o primeiro cimento portland lançado no mercado brasileiro foi o CP, que atualmente corresponderia ao CPI, que é um tipo de cimento comum sem qualquer adição além de gesso. Já os cimentos compostos, tem sua composição entre os cimentos portland comuns e os com adições. Atualmente os cimentos compostos representam aproximadamente 75% da produção industrial brasileira, e são utilizados na maioria das aplicações. O Quadro 2 a seguir demonstra as composições dos cimentos portland comuns e compostos.

Tipo de cimento portland	Sigla	Composição (% em massa)				Norma Brasileira
		Clínquer + gesso	Escória granulada de alto forno (sigla E)	Material pozolânico (sigla Z)	Material carbonático (sigla F)	
Comum	CP I CP I-S	100 99-95	-	1-5	-	NBR 5732
Composto	CP II-E	94-56	6-34	-	0-10	NBR 11578
	CP II-Z	94-76	-	6-14	0-10	
	CP II-F	94-90	-	-	6-10	

Quadro 2: Composição dos Cimentos Portland Comuns e Compostos  
Fonte: ABCP - Associação Brasileira de Cimento Portland (2002).

#### 2.1.4.2. CIMENTO PORTLAND DE ALTO FORNO E POZOLÂNICO

O consumo de energia durante a produção de cimento é muito alto, desta forma, a indústria cimenteira foi motivada a busca de medidas para diminuir este consumo energético, e entre vários materiais analisados, as escórias de granuladas de alto forno e os materiais pozolânicos obtiveram sucesso. Com isso surgiram os cimentos portland de alto-forno e os pozolânicos.

De acordo com o boletim da ABCP (2002), a escória granulada de alto forno apresenta propriedades hidráulicas latentes, e endurecem quando misturadas a água. Porém, as suas reações de hidratação são lentas e limitariam sua aplicação na prática, mas ativadores químicos e físicos aceleram este processo.

Um desses ativadores é a cal, que é liberada durante a hidratação do clínquer, e é o principal ativador químico da escória quando está adicionada ao cimento e como ativador físico, é conseguido com o aumento da finura quando a escória é moída, seja ela moída separadamente ou com o clínquer.

Já os materiais pozolânicos, de acordo com a ABCP (2002), não reagem com a água na forma como são obtidos, mas quando são moídos finamente, na presença de água reagem com o hidróxido de cálcio dando origem aos compostos com propriedades aglomerantes. E como normalmente o hidróxido de cálcio é resultante da hidratação do clínquer, os materiais pozolânicos são utilizados junto a este material. O Quadro 3 ilustra as composições dos cimentos portland de alto-forno e pozolânicos.

Tipo de cimento portland	Sigla	Composição (% em massa)				Norma Brasileira
		Clínquer + gesso	Escória granulada de alto forno	Material pozolânico	Material carbonático	
Alto-Forno	CP III	65-25	35-70	-	0-5	NBR 5735
Pozolânico	CP IV	85-45	-	15-50	0-5	NBR 5736

Quadro 3 - Composição dos Cimentos Portland de Alto-Forno e Pozolânicos  
Fonte: ABCP - Associação Brasileira de Cimento Portland (2002).

### 2.1.4.3. CIMENTO PORTLAND DE ALTA RESISTÊNCIA INICIAL

Mesmo que tenha uma norma separada pela ABNT, o cimento portland de alta resistência inicial é um tipo particular do cimento portland comum, mas que atinge altas resistências já nos primeiros dias de aplicação.

Esta alta resistência inicial é conseguida pela dosagem diferente de calcário e argila na produção de clínquer, e também a moagem mais fina do cimento, desta maneira, quando reage com água, adquire altas resistências com maior velocidade. O Quadro 4 demonstra a composição do cimento portland de alta resistência inicial.

Tipo de cimento portland	Sigla	Composição (% em massa)		Norma Brasileira
		Clínquer + gesso	Material carbonático	
Alta Resistência Inicial	CP V-ARI	100-95	0-5	NBR 5733

Quadro 4 - Composição do Cimento Portland de Alta Resistência Inicial  
Fonte: ABCP - Associação Brasileira de Cimento Portland (2002).



A metodologia escolhida para a elaboração deste trabalho foi a quantitativa, tendo em vista a natureza matemática do problema. E de acordo com (SILVA; MENEZES, 2005) que definem uma pesquisa aplicada aquela que tem objetivo de gerar conhecimentos para aplicação prática e dirigidas a soluções de problemas específicos.

## **2.2 PESQUISA OPERACIONAL**

De acordo com Andrade (2009), a PO foi utilizada pela primeira vez durante a Segunda Guerra Mundial por pesquisadores que procuravam desenvolver métodos para resolver problemas de operações militares.

Segundo Moreira (2010), após o termino do conflito e com o sucesso alcançado pela PO, foi natural estender a sua utilização para as organizações civis, uma vez que a indústria pós-guerra havia crescido muito e se deparava com problemas causados pela complexidade das organizações.

Complementando, Moreira (2010), observa que a PO lida com problemas de como conduzir e coordenar certas operações em uma organização, e baseia-se principalmente no método científico para tratar os problemas. A PO dá aos executivos das empresas o poder de tomar decisões mais efetivas e de construir sistemas mais produtivos, baseados em dados mais completos, visando quando possível, obter a melhor solução, ou solução ótima para um determinado problema.

Segundo Colin (2007, p. 3), a PO, “consiste no desenvolvimento de métodos científicos de sistemas complexos, com a finalidade de prever e comparar estratégias ou decisões alternativas. O objetivo é dar suporte a definição de políticas e determinação de ações de forma científica”.

As decisões são tomadas baseando-se na resolução de problemas utilizando os modelos matemáticos, que são criados a partir da observação de fenômenos, processos ou sistemas, que podem ser químicos, físicos, econômicos e biológicos, e buscando as leis que o regem. Estas leis, se passíveis de serem descritas por relações matemáticas, dão origem aos modelos matemáticos (ARENALSet al, 2007).

Desta maneira, Arenales et al (2007) informam que o termo modelo é usado como objeto abstrato, que procura imitar as principais características de um objeto real, para fins de representar este objeto real.

Conforme Moreira (2010) informa, dois fatores foram cruciais para o crescimento da utilização da PO, o primeiro fator, foi a melhoria das técnicas de PO, como exemplo o método Simplex para resolver problemas de programação linear, mas que continuavam com cálculos complexos e longos, impraticáveis para o ser humano. O segundo fator foi a popularização dos computadores, que resolveu o problema dos cálculos complexos e longos, tornando-os agora, tarefas comuns.

### **2.2.1.TÉCNICAS DE MODELAGEM**

Para aplicarmos as técnicas de PO necessitamos inicialmente de montarmos o modelo, este foi relatado por Moreira (2010) conforme os passos abaixo:

A definição da situação problema: tem essa etapa a função de transformar as informações genéricas em um problema estruturado, para isso deve-se levar em conta alguns fatores, os quais o autor referenciado fornece como exemplo: qual parte da organização é afetada pelo problema? O problema afeta as operações atuais ou alguma previsão de operação futura? Quais são as hipóteses a serem feitas? Quais são as restrições e as possíveis soluções? Quais são os objetivos?

Na formulação de um modelo quantitativo: nessa fase é a parte em que se dá forma ao modelo. E cita três tipos de representação dos mesmos, que são: os modelos matemáticos, os icônicos e os analógicos.

Os matemáticos em particular são representados através de símbolos e relações matemáticas. Os icônicos são réplicas físicas de tamanho reduzido ou não. Já os analógicos só diferem do anterior, pois não guardam as formas do objeto representado.

Resolução de um modelo e o encontro da melhor solução: essa foi descrita pelo autor referenciado, sendo a manipulação do modelo a fim de se obter a solução ótima ou a melhor opção possível.

Para se chegar a essa solução, o autor indica dois grandes grupos de variáveis, as controladas por quem está solucionando o problema, essas são basicamente definidas pela própria característica do problema, e envolvem a estrutura e suas restrições, e aquelas cujo valor deverá ser determinado através da solução, ou seja, seu valor final derivado da manipulação do modelo.

Consideração dos valores imponderáveis: nessa fase o autor levanta um questionamento ao resultado encontrado no passo anterior, o mesmo reflete sobre o resultado, avaliando se existem fatores que possam ser importantes e que, por serem de difícil quantificação foram deixados de lado, caso existam deverá ser analisado se esses fatores afetam o resultado encontrado ou se estes culminam em ações preparatórias para a implantação.

Implementação da solução: o autor relata que essa é a parte onde se apresenta os possíveis problemas acarretados por uma solução matemática, esse problemas técnicos podem ser minimizados se o modelo desenvolvido foi bem estruturado e tem suas restrições e suas variáveis bem dimensionadas, este ainda pode sofrer com interferências vindas da reação de resistência as mudanças (natureza humana), dificultando assim a implantação do resultado obtido pelo modelo, assim uma ação preventiva é a projeção da própria implantação do modelo a fim de tornar a mudança a mais natural possível.

### **2.2.2. FORMULAÇÃO DE MODELOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR**

De acordo com Moreira (2010) a programação linear é um dos modelos matemáticos mais populares, e é estruturado para resolver problemas onde as variáveis possam

ser medidas e os seus relacionamentos possam ser expressos por meio de equações ou inequações lineares.

Moreira (2010) cita ainda que as características fundamentais de um modelo de programação linear são: A combinação de variáveis que devem ser maximizadas ou minimizadas, e que durante a formulação do problema, são colocadas na forma de uma expressão matemática que recebe o nome de função objetivo. Nesta expressão surgem as variáveis fundamentais, cujo valor será a solução do problema. E são as chamadas variáveis de decisão. Outras características que devem ser consideradas são as restrições, que são expressas na forma de equações e inequações matemáticas, que são formuladas através dos próprios dados do problema. Como exemplo, estas restrições podem ser limitações da situação real, como escassez de recursos ou impedimentos legais.

Desta forma, a principal ideia da programação linear é a de que se deve maximizar ou minimizar o resultado da função objetivo, mas obedecendo a todas as restrições impostas.

Segundo Moreira (2010) o nome linear vem do fato de que a expressão da função objetivo e as restrições são expressas linearmente, ou seja, todas as variáveis aparecem com expoente igual à unidade.

Como exemplo de aplicações da programação linear, Andrade (2009) cita como exemplo a possibilidade de encontrar o mix ideal de produtos a serem produzidos a fim de que se obtenha o maior lucro possível, atendendo a especificações de um produto, quais as adições de materiais que corresponderá ao menor custo de produção do mesmo, conhecendo as condições de mercado (produtos, fornecedores e consumidores), como estabelecerem os circuitos de distribuição a fim de minimizar custo logístico, como contingenciar mão de obra entre diferentes tarefas, com o objetivo de maximizar a eficiência e minimizar despesas.

### **2.2.3. MÉTODO SIMPLEX**

Conforme (Colin 2007) um dos nomes que contribuíram para a evolução da PO foi Dantzig que trabalhou no Pentágono, Órgão de Defesa Americano, como Especialista em Planejamento e Programação de Atividades Militares e posteriormente como Conselheiro em Matemática da Força Área Americana, que ao esboçar interesse em mudar de emprego foi desafiado a desenvolver um método novo para dinamizar o utilizado para planejar os processos da época.

Desta maneira, Dantzig aparentemente influenciado pelo trabalho do Russo Wassily Leontief, que havia proposto em 1932 uma estrutura matricial denominada Modelo Interindustrial de Entrada e Saída, verifica que era necessário algumas características especiais como flexibilidade do modelo e a possibilidade do mesmo ser computacionalmente tratável. Seu primeiro grande resultado foi uma função linear cujo objetivo era minimização, sendo essa sujeita a equações e inequações também lineares, iniciativa que culminou na criação do método simplex em 1947 (ARENALES et al, 2007).

De acordo com Moreira (2010) “o simplex é um método de solução de problemas de programação linear que envolve uma sequência de cálculos repetitivos.”

Loesch e Hein (2009) citado por (no simpósio do Simpep XXI) conceituam que:

O algoritmo Simplex quando embasados em três princípios, evita exaustivas buscas por soluções básicas. O primeiro princípio resume-se em procurar soluções básicas que atendam às restrições. Já o segundo, visa a cada iteração melhorar o possível valor para a função objetivo, aumentando em problemas de maximização ou diminuindo em problemas de otimização. Já o terceiro princípio trata dos testes das regras de parada do algoritmo, quando, a solução ótima é encontrada ou é ilimitada, ou quando não exista soluções viáveis para o problema. (no simpósio do Simpep XXI apud Loesch e Hein, 2009, p. 248).

### 3 METODOLOGIA

A metodologia escolhida para a elaboração deste trabalho foi a quantitativa, tendo em vista a natureza matemática do problema. E de acordo com (SILVA; MENEZES, 2005) que definem uma pesquisa aplicada aquela que tem objetivo de gerar conhecimentos para aplicação prática e dirigidas a soluções de problemas específicos.

#### 3.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA E APLICAÇÃO DO MÉTODO SIMPLEX

De conformidade com o Press Kit 2013 do SNIC (acesso em 13 mai. 2015), o investimento mínimo para a implantação de uma fábrica de cimento com escala mínima de um milhão de toneladas por ano de produção de cimento, é de 200 a 300 milhões de dólares, e pelo menos três anos de prazo de implantação até a posta em marcha e vários anos para se obter o retorno do capital investido, uma decisão tomada erroneamente pode levar esta indústria a comprometer os resultados financeiros esperados, sendo assim, este trabalho tem como objetivo a criação de um modelo utilizando a programação matemática, que é uma subárea da PO, onde seja possível à realização do cálculo da programação da produção de cimento, levando-se em consideração o objetivo de maximizar o lucro total neste determinado período.

E ainda, considerar nos cálculos as variáveis e as limitações ou restrições do processo, tais como: limitações de produção de cimento e clínquer, e limitações de utilização de escoria, gesso, material carbonático e aditivo, pois são muito importantes, uma vez que a produção de cimento é normatizada, tendo que cumprir as adições mínimas necessárias para que possa ser caracterizado como cimento de um determinado tipo.

#### 3.2 DADOS DO PROBLEMA

O estudo em questão resolve um problema de programação linear sobre o planejamento de produção de uma indústria cimenteira na perspectiva de proporcionar o melhor resultado financeiro possível.

Esta indústria pode produzir até três tipos de cimento (Cimento A, Cimento B e Cimento C) e as tabelas a seguir demonstram os requisitos necessários para a fabricação dos mesmos.

A tabela 1 demonstra os percentuais de adição dos componentes em cada tipo de cimento produzido (Limitações de Utilização).

COMPONENTES (%)	CIMENTO		
	A	B	C
Clinker	51%	27%	90%
Escória de Alto Forno	34%	65%	0%
Gesso	5%	3%	5%
Material Carbonático	10%	5%	5%
Aditivo	0%	0%	0%

Tabela 1: Composição dos Cimentos Produzidos  
Fonte: Os Autores (2015)

A tabela 2 a seguir demonstra a capacidade anual de produção de clínquer da indústria em estudo (Limitação de Produção de Clinker).

PRODUÇÃO CLINQUER	PROD./DIA (t)	DIAS FUNC. (Ano)	PRODUÇÃO ANO (t)
Forno (A)	1.800	300	540.000
Forno (B)	1.800	300	540.000
Forno (C)	2.000	100	200.000
<b>Total</b>			<b>1.280.000</b>

Tabela 2: Capacidade Anual de Produção de Clínquer  
Fonte: Os Autores (2015)

A tabela 3 em seguida demonstra a capacidade anual de produção de cimento da indústria (Limitação de Produção de Cimento).

PRODUÇÃO CIMENTO	PRODUTIVIDADE (t/h)	HORAS FUNC. (h/Dia)	DIAS FUNC.	PRODUÇÃO ANO (t)
Moinho 1	100	19	300	570.000
Moinho 2	100	19	300	570.000
Moinho 3	100	18	300	540.000
<b>Total</b>				<b>1.680.000</b>

Tabela 3: Capacidade Anual de Produção de Cimento  
Fonte: Os Autores (2015)

A tabela 4 ilustra os limites máximos de disponibilidade de compra de escória de alto forno, gesso, material carbonático e aditivo.

QTDES CONSUMIDAS	LIMITE MÁXIMO
Escória de Alto Forno	900.000
Gesso	100.000
Material Carbonático	300.000
Aditivo	50.000

Tabela 4: Disponibilidade de Compra de Insumos / Matérias Primas  
Fonte: Os autores (2015)

Outra limitação que o problema apresenta é a quantidade de clínquer que poderá ser vendida a terceiros e não ser utilizada na fabricação de cimento. A tabela 5 a seguir demonstra esta informação.

<b>LIMITAÇÃO VENDA CLINQUER</b>	<b>t</b>
Clinquer	400.000

Tabela 5: Limitação de Venda de Clínquer a Terceiros.  
Fonte: Os Autores (2015)

A tabela 6 demonstra a contribuição marginal de cada tipo de cimento produzido por esta indústria e também a contribuição do clínquer vendido. A contribuição marginal, de acordo com Andrade (2009) é a receita líquida menos os custos fixos e variáveis e no exemplo proposto foi excluído dos custos variáveis os componentes constantes na tabela 4.

<b>CONTRIBUIÇÃO MARGINAL</b>	<b>R\$/t</b>
Cimento A	42,00
Cimento B	60,00
Cimento C	12,00
Clinquer	32,00

Tabela 6: Contribuição Marginal dos Produtos Vendidos  
Fonte: Os Autores (2015)

O preço de compra de cada insumo que foi excluído dos custos variáveis para o cálculo da contribuição marginal ilustrada na tabela 6 está demonstrado na tabela 7 a seguir.

<b>PREÇOS INSUMOS</b>	<b>R\$/t</b>
Escória de Alto Forno	60,00
Gesso	120,00
Material Carbonático	30,00
Aditivo	15,00

Tabela 7: Preços Insumos  
Fonte: Os Autores (2015)

### 3.3 PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA (MODELAGEM)

#### 3.3.1 FUNÇÃO OBJETIVO

A partir das contribuições marginais de cada cimento e do clínquer e deduzindo o custo das matérias primas e insumos utilizados a função objetivo representara o lucro liquido total.

$$\text{MAX} = 42,00 \cdot X_1 + 60,00 \cdot X_2 + 12,00 \cdot X_3 + 32,00 \cdot X_4 - 60,00 \cdot (34\% \cdot X_1 + 65\% \cdot X_2 + 0\% \cdot X_3) - 120,00 \cdot (5\% \cdot X_1 + 3\% \cdot X_2 + 5\% \cdot X_3) - 30,00 \cdot (10\% \cdot X_1 + 5\% \cdot X_2 + 5\% \cdot X_3) - 15,00 \cdot (0\% \cdot X_1 + 0\% \cdot X_2 + 0\% \cdot X_3)$$

### 3.3.2 VARIÁVEIS

As variáveis são compostas pelas quantidades de cimento e clínquer a serem produzidos e/ou vendidos e são demonstrados da seguinte forma:

$X_1$  – Quantidade de Cimento A;  
 $X_2$  – Quantidade de Cimento B;  
 $X_3$  – Quantidade de Cimento C;  
 $X_4$  – Quantidade de Clínquer.

### 3.3.3 RESTRIÇÃO DE UTILIZAÇÃO

Será composta pela soma dos resultados obtidos da multiplicação da quantidade produzida de cada tipo de cimento pelos percentuais de utilização de cada um dos insumos/matérias primas.

Escória de Alto Forno	$34\% \cdot X_1$	+	$65\% \cdot X_2$	+	$0\% \cdot X_3$	$\leq 900.000$
Gesso	$5\% \cdot X_1$	+	$3\% \cdot X_2$	+	$5\% \cdot X_3$	$\leq 100.000$
Material Carbonático	$10\% \cdot X_1$	+	$5\% \cdot X_2$	+	$5\% \cdot X_3$	$\leq 300.000$
Aditivo	$0\% \cdot X_1$	+	$0\% \cdot X_2$	+	$0\% \cdot X_3$	$\leq 50.000$

### 3.3.4 RESTRIÇÃO DA VENDA DE CLÍNQUER

A venda de clínquer é referente a quantidade máxima vendida a outros fabricantes de cimento. E é expressa conforme abaixo.

$$\text{Venda de Clínquer} \quad X_4 \leq 400.000$$

### 3.3.5 RESTRIÇÃO DE PRODUÇÃO

As funções abaixo representam o limite máximo de produção de cimento e o consumo máximo de clínquer somado com a quantidade de clínquer vendida a outros fabricantes de cimento.

Cimento	$X_1$	+	$X_2$	+	$X_3$	$\leq 1.680.000$
Clínquer	$51\% \cdot X_1$	+	$27\% \cdot X_2$	+	$90\% \cdot X_3$	$+ X_4 \leq 1.280.000$

### 3.3.6 TELAS DO MICROSOFT EXCEL E PARÂMETROS DO SOLVER

A figura de número 1 a seguir ilustra o arquivo que foi criado para a resolução do problema. O arquivo é subdividido em diversas tabelas e na tabela 1 do arquivo é inserido o percentual de cada componente representado pelas células (A2 a D8), na tabela 2 são inseridas as contribuições marginais de cada tipo de cimento e do clínquer e representadas pelas células (A11 a B15), na tabela 3 são inseridos os preços dos insumos, que estão nas células (A18 a B22), na tabela 4 estão os totais consumidos e os limites máximos de consumo, células (E17 a G22), na tabela 5

estão as capacidades de produção de clínquer, células (A25 a D31), e nas células (A34 a E45) estão as capacidades de produção de cimento.

**TABELA 1**

COMPONENTES (%)	CIMENTO		
	A	B	C
Clinquer	51%	27%	90%
Escória de Alto Forno	34%	65%	0%
Gesso	5%	3%	5%
Material Carbonático	10%	5%	5%
Aditivo	0%	0%	0%

**TABELA 2**

CONTRIBUIÇÃO MARGINAL	R\$/t
Cimento A	42,00
Cimento B	60,00
Cimento C	12,00
Clinquer	32,00

**TABELA 3**

PREÇOS INSUMOS	R\$/t
Escória de Alto Forno	60,00
Gesso	120,00
Material Carbonático	30,00
Aditivo	15,00

**TABELA 4**

QTD'S CONSUMIDAS	TOTAL CONSUMIDO (t)	LIMITE MÁXIMO
Escória de Alto Forno	900.000	900.000
Gesso	62.787	100.000
Material Carbonático	114.968	200.000
Aditivo	0	50.000

**TABELA 5**

PRODUÇÃO CLINQUER	PROD./DIA (t)	DIAS FUNC. (Ano)	PRODUÇÃO ANO (t)
Forno (A)	1.800	300	540.000
Forno (B)	1.800	300	540.000
Forno (C)	2.000	100	200.000
<b>Total</b>			<b>1.280.000</b>

**TABELA 6**

PRODUÇÃO CIMENTO	PRODUTIVIDADE (t/h)	HORAS FUNC. (h/Dia)	DIAS FUNC.	PRODUÇÃO ANO (t)
Moinho 1	100	19	300	570.000
Moinho 2	100	19	300	570.000
Moinho 3	100	18	300	540.000
<b>Total</b>				<b>1.680.000</b>

Figura 1: Arquivo Utilizado Para Modelagem  
Fonte: Os Autores (2015)

A imagem de número 2 a seguir apresenta os parâmetros do solver utilizados para a solução do problema proposto, nela pode ser vista qual a célula que contém a função objetivo, que o objetivo é maximizar o resultado, quais são as células variáveis, as restrições que o problema está sujeito e o método de solução utilizado na resolução do mesmo.

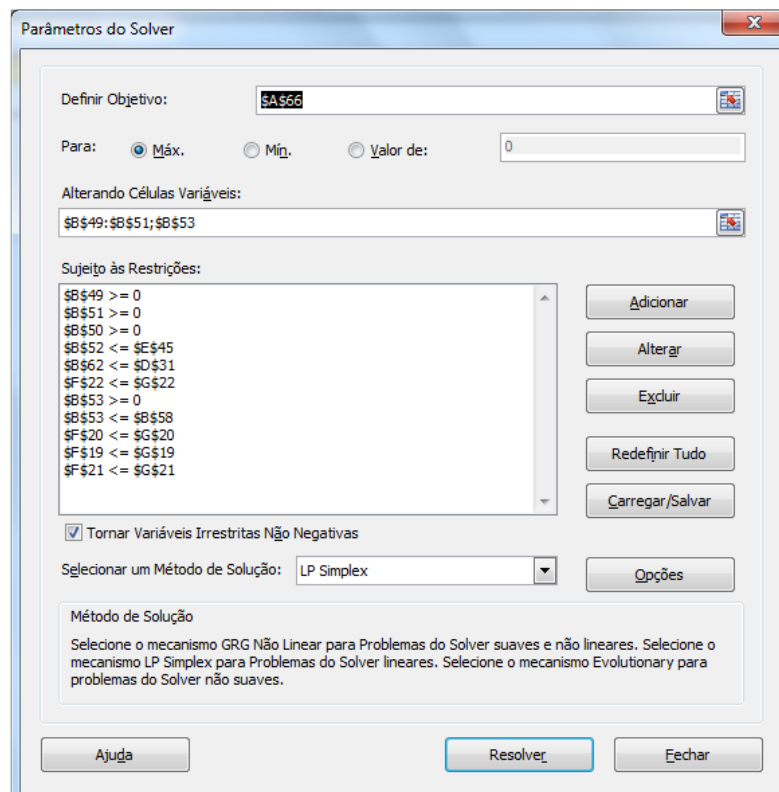




Figura 2: Tela de Parâmetros do Solver  
Fonte: Os Autores (2015)

### 3.4 ANÁLISE E RESULTADOS

Atendendo as limitações de consumo de insumos a tabela 8 abaixo demonstra que o consumo de escória de alto forno foi equivalente ao limite máximo e os consumos de gesso e material carbonático atenderam as restrições.

<b>QTDES CONSUMIDAS</b>	<b>TOTAL CONSUMIDO (t)</b>	<b>LIMITE MÁXIMO</b>
Escória de Alto Forno	900.000	900.000
Gesso	62.787	100.000
Material Carbonático	114.968	300.000
Aditivo	0	50.000

Tabela 8: Limitações de Consumo de Insumos  
Fonte: Os Autores (2015)

O somatório das quantidades de cimento produzido chegou ao limite máximo de produção, conforme demonstrado nas limitações de produção e a quantidade vendida de clínquer a outros fabricantes de cimento também alcançou o limite máximo, como pode ser visto na tabela 9.

<b>QUANTIDADES</b>	<b>TONELADAS PRODUZIDAS</b>
Cimento A	619.355
Cimento B	1.060.645
Cimento C	0
Total Cimentos	1.680.000
Clinquer	400.000

Tabela 9: Quantidade de Cimento Produzido e Clínquer Vendido.  
Fonte: Os Autores (2015)

A tabela 10 a seguir ilustra que a quantidade de clínquer empregada na produção de cimento mais a quantidade de clínquer vendida a outras fabricas de cimento e que esta atende a restrição de produção do mesmo.

<b>CONSUMO TOTAL CLINQUER</b>	<b>t</b>
Clinquer	1.002.245

Tabela 10: Quantidade de Clínquer Consumido na Produção de Cimento e Vendido.  
Fonte: Os Autores (2015)

O resultado da função objetivo apresentado na tabela 11 abaixo representa o maior lucro liquido total que pode ser alcançado atendendo a todas as restrições de produção e de utilização de insumos / matérias primas.

<b>FUNÇÃO OBJETIVO (MAX. RESULTADO)</b>
<b>37.468.129,03</b>

Tabela 11: Resultado da Função Objetivo Para o Problema Proposto.  
Fonte: Os Autores (2015)

A figura 3 a seguir demonstra o exemplo de relatório de resposta onde o Solver encontrou uma solução, para todas as restrições e condições de adequação foram satisfeitas. Utilizando o método LP Simplex

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
\$A\$66	FUNÇÃO OBJETIVO (MAX. RESULTADO)	37.468.129,03	37.468.129,03

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro
\$B\$49	Cimento A TONELADAS PRODUZIDAS	619.355	619.355	Conting.
\$B\$50	Cimento B TONELADAS PRODUZIDAS	1.060.645	1.060.645	Conting.
\$B\$51	Cimento C TONELADAS PRODUZIDAS	0	0	Conting.
\$B\$53	Clinquer TONELADAS PRODUZIDAS	400.000	400.000	Conting.

Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Status	Margem de Atraso
\$F\$19	Escória de Alto Forno TOTAL CONSUMIDO (t)	900.000	\$F\$19<=\$G\$19	Associação	0
\$F\$21	Material Carbonático TOTAL CONSUMIDO (t)	114.968	\$F\$21<=\$G\$21	Não-associação	185032,2581
\$B\$62	Clinquer t	1.002.245	\$B\$62<=\$D\$31	Não-associação	277754,8387
\$F\$20	Gesso TOTAL CONSUMIDO (t)	62.787	\$F\$20<=\$G\$20	Não-associação	37212,90323
\$F\$22	Aditivo TOTAL CONSUMIDO (t)	0	\$F\$22<=\$G\$22	Não-associação	50000
\$B\$52	Total Cimentos TONELADAS PRODUZIDAS	1.680.000	\$B\$52<=\$E\$45	Associação	0
\$B\$53	Clinquer TONELADAS PRODUZIDAS	400.000	\$B\$53<=\$B\$58	Associação	0
\$B\$53	Clinquer TONELADAS PRODUZIDAS	400.000	\$B\$53>=0	Não-associação	400.000
\$B\$50	Cimento B TONELADAS PRODUZIDAS	1.060.645	\$B\$50>=0	Não-associação	1.060.645
\$B\$49	Cimento A TONELADAS PRODUZIDAS	619.355	\$B\$49>=0	Não-associação	619.355
\$B\$51	Cimento C TONELADAS PRODUZIDAS	0	\$B\$51>=0	Associação	0

Figura 3: Tela do relatório de respostas do Solver  
Fonte: Os Autores (2015)

O site de suporte da Microsoft Office (acesso em 28/09/2015) define o solver como:

O Solver faz parte de um pacote de programas algumas vezes chamado de ferramentas de teste de hipóteses. Com o Solver, você pode encontrar um valor ideal (máximo ou mínimo) para uma fórmula em uma célula — chamada célula de objetivo — conforme restrições, ou limites, sobre os valores de outras células de fórmula em uma planilha. O Solver trabalha com um grupo de células, chamadas variáveis de decisão ou simplesmente de células variáveis, que participam do cálculo das fórmulas nas células de objetivo e de restrição. O Solver ajusta os valores nas células variáveis de decisão para satisfazer aos limites sobre células de restrição e produzir o resultado que você deseja para a célula objetiva.

Do mesmo modo a pagina de suporte apresenta os métodos de solução usados pelo solver, que são:

- Gradação reduzida generalizada (grg) não linear - usado para problemas simples não lineares.
- LP simplex - utilizado para problemas lineares.
- Evolucionário - usado para problemas complexos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme citado no decorrer do artigo a fabricação do cimento é complexa, e levando em consideração os valores investidos e o tempo necessário para montagem e posta em marcha de uma empresa desse porte, é essencial que a empresa tenha como mensurar e decidir qual seria o seu melhor resultado baseando-se em um modelo matemático que atenda a todas as restrições, sejam elas de utilização e produção, visto que, uma decisão tomada erroneamente pode levar esta indústria a comprometer os seus resultados financeiros.

Para a realização deste trabalho utilizou-se a programação matemática, que é uma área da PO, e esta uma subárea da Engenharia de Produção, foi elaborado uma planilha no Microsoft Excel que utiliza a ferramenta Solver para se chegar ao melhor resultado para a indústria em questão. Para resolver o problema em questão, o Solver utilizou o método LP Simplex, que é utilizado para resolução de sistemas lineares.

E ainda, citando Colin (2007), “De todas as técnicas gerenciais à disposição hoje em dia, programação linear (ou PL) é uma das mais poderosas.” E principalmente, observam que a técnica é uma condição fundamental para a sobrevivência no longo prazo e para a lucratividade das empresas.

Analisando os resultados alcançados neste artigo, concluímos que a planilha de cálculo criada apresenta resultados satisfatórios, uma vez que atinge o objetivo proposto inicialmente, que é o planejamento da produção que faz com que a indústria maximize seus resultados e minimize seus custos atendendo a todas as restrições.

Em síntese, conclui-se que a programação linear é uma ferramenta que deve ser utilizada por empresas que buscam por planejamento de produção otimizado e contribuindo para que as decisões sejam mais rápidas e tenham mais assertividade.

## REFERÊNCIAS

MOREIRA, Daniel Augusto. **Pesquisa Operacional: Curso Introdutório**. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

COLIN, Emerson C. **Pesquisa Operacional: 170 Aplicações em Estratégia, Finanças, Logística, Produção, Marketing e Vendas**. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

ANDRADE, Eduardo Leopoldino de. **Introdução à Pesquisa Operacional: Métodos e Modelos para Análise de Decisões**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

ARENALES, Marcos. et al. **Pesquisa Operacional**. 6. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

Definir e Resolver Um Problema Usando o Solver. **Office**, 28 set. 2015. Disponível em: < <https://support.office.com/pt-br/article/Definir-e-resolver-um-problema-usando-o-Solver-9ed03c9f-7caf-4d99-bb6d-078f96d1652c> >. Acesso em: 28 set. 2015.

A Versatilidade do Cimento Brasileiro. **ABCP**, São Paulo, 21 jun. 2015. Disponível em: < <http://www.abcp.org.br/conteudo/basico-sobre-cimento/tipos/a-versatilidade-do-cimento-brasileiro> >. Acesso em: 21 jun. 2015.

Press Kit 2013. **SNIC**, Rio de Janeiro. Disponível em: < <http://www.snic.org.br/press.asp> >. Acesso em: 18 jun. 2015.

Áreas e Sub-áreas de Engenharia de Produção, Rio de Janeiro, **ABEPRO**, 2008. Disponível em: < <http://www.abepro.org.br/interna.asp?c=362> >. Acesso em: 28 set. 2015.

XXI SIMPÓSIO SIMPEP (Simpósio de engenharia de produção), São Paulo. 10.nov, 2014, Disponível em: < <http://www.simpep.feb.unesp.br/anterior.php?evento=9> >. Acesso em: 28 set. 2015.

LOESCH, Cláudio; HEIN, Nelson. **Pesquisa Operacional: Fundamentos e Modelos**. São Paulo: Saraiva, 2009. 248 p.